

Návrh parametrů inertoru pro zlepšení vypružení vozidla

Bc. Pavel Houfek¹

ČVUT v Praze, Fakulta strojní, Ústav mechaniky, mechatroniky a biomechaniky, Technická 4, 166 07 Praha 6, Česká republika

Vedoucí práce: Ing. Steinbauer Pavel, Ph.D.

Abstrakt

Cílem práce je prozkoumat možnosti využití prvku inertoru v kmitavém mechanickém systému zavěšení kola automobilu. Jsou zkoumány různé varianty konfigurace mechanického schématu vypružení. Pro návrh nejlepší sady parametrů pro danou konfiguraci je použita vícekritériální optimalizace s genetickými algoritmy. Jako konfliktní kritéria bylo použito minimalizace zrychlení chassis při jízdě po stochastické vozovce a minimalizace síly do vozovky při přejezdu překážky typu rampa.

Klíčová slova: inertor; kmitavý systém; optimalizace parametrů; zavěšení kol vozidla

1 Úvod

Inertor je prvek kmitající soustavy, který je navržen tak, aby generoval sílu v závislosti na relativním zrychlení mezi jeho dvěma konci. Princip je založen na převodu lineárního kmitavého pohybu na rotační pohyb pomocí mechanického převodu. [4] Dochází k roztáčení setrvačnicku, jehož moment setrvačnosti je navržen tak, aby přes převod generoval mnohem vyšší setrvačnou sílu, než by tomu bylo při lineárním zrychlení hmoty.

$$I\ddot{\varphi} = M_s \quad (1)$$

$$\ddot{\varphi} = p \cdot \ddot{x}_{rel} \quad (2)$$

$$F_i = pM_s = pI\ddot{\varphi} = pIp\ddot{x}_{rel} = p^2I\ddot{x}_{rel} = m_i\ddot{x}_{rel} \quad (3)$$

kde I je moment setrvačnosti setrvačnicku, $\ddot{\varphi}$ úhlové zrychlení, M_s generovaný setrvačný moment, p konstanta převodu mezi lineárním a úhlovým pohybem a \ddot{x}_{rel} relativní zrychlení mezi dvěma konci inertoru. [4]

Doplňuje pružinu a tlumič reagující na relativní polohu a relativní rychlost tak, že tvoří plně převoditelnou analogii mezi elektrickými a mechanickými systémy. [1] Dlouho nebyly elektrické a mechanické systémy plně převoditelné mezi sebou. Při uvažování síly a proudu jako tokové veličiny a rychlosti a napětí jako spádové veličiny je analogie prvků následující. [1]

Proud	i	Síla	F
Napětí	u	Rychlost	v
Cívka	$i = \frac{1}{L} \int (u_2 - u_1) dt$	Pružina	$F = k \int (v_2 - v_1) dt$
Rezistor	$i = \frac{1}{R} (u_2 - u_1)$	Tlumič	$F = b(v_2 - v_1)$
Uzemněný kondenzátor	$i = C \frac{du_2}{dt}$	Těleso	$F = m \frac{dv_2}{dt}$

Tabulka 1. Analogie mezi elektrickými a mechanickými systémy

¹Kontakt na autora: Pavel.Houfek@fs.cvut.cz

V navrhovaném obvodu ale nemusí být kondenzátor vždy uzemněný a proto byla zavedena další analogie, kdy kondenzátoru mezi dvěma napětími odpovídá vložený inertor v soustavě. [1]

Kondenzátor	$i = C \frac{d(u_2 - u_1)}{dt}$	Těleso	$F = m_i \frac{d(v_2 - v_1)}{dt}$
-------------	---------------------------------	--------	-----------------------------------

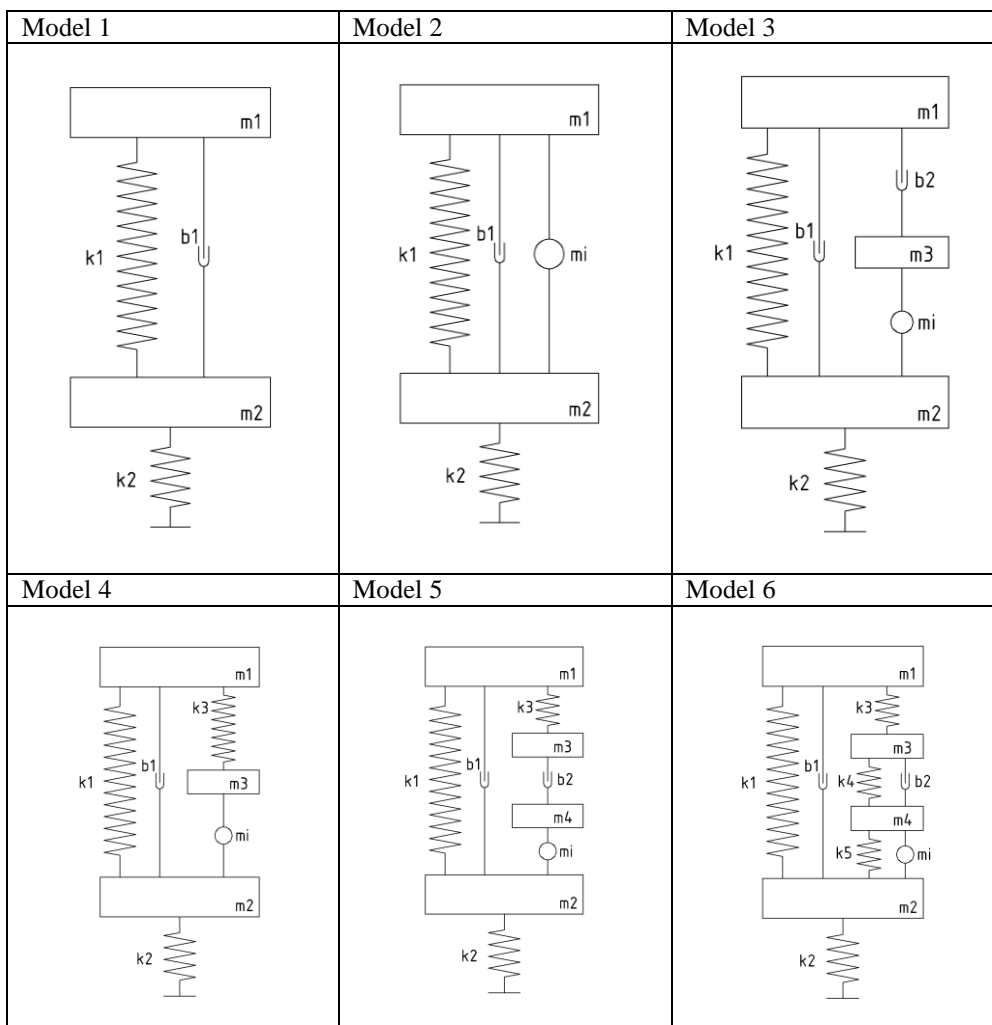
Tabulka 2. Srovnání rovnice kondenzátoru a inertoru

Cílem této práce je zkoumání vlivu přidaného inertoru do zavěšení kol automobilu. Pro vytvoření matematického modelu byl zvolen prvek inertoru s lineárním chováním. Podle charakteristické rovnice kondenzátoru.

$$F_i = m_i(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) \quad (4)$$

2 Hledání optimálního nastavení

V práci bylo zkoumání nejen optimálního nastavení samotného inertoru, ale také konfigurace uspořádání prvků v zavěšení. Pro zkoumání bylo vybráno 6 variant uspořádání prvků. [2] Všechny vycházejí ze základní konstrukce, ke které jsou doplňovány další prvky. Jako referenční model byla zvolena první konfigurace, která je složena pouze z pružin a tlumiče.



Tabulka 3. Uvažované modely zavěšení [5]

Zvolené modely reprezentují 1/4 automobilu a tomu jsou přizpůsobeny i jeho parametry. Výpočtová hmotnost 1/4 karoserie auta byla zvolena $m_1 = 300 \text{ kg}$, hmotnost kola a zavěšení $m_2 = 50 \text{ kg}$. [3] Pružina k_2 představuje optimalizovanou tuhost pneumatiky, která závisí na jejím huštění. Prvky k_1 a b_1 představují klasickou konstrukci automobilového tlumiče, jejichž parametry jsou rovněž optimalizovány. Ostatní přidané prvky na dalších modelech popisují přidanou konstrukci, která kromě samotného inertoru může obsahovat připojené pružiny a tlumiče pro úpravu chování soustavy. [2]

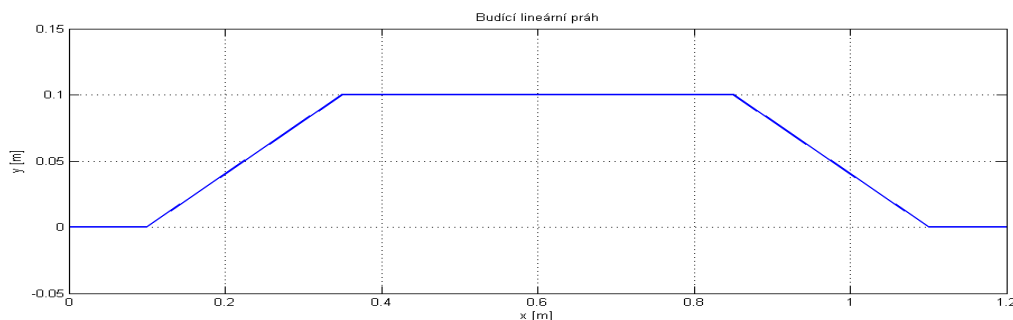
Pro každý z modelů byly odvozeny pohybové lineární diferenciální rovnice v klasickém tvaru.

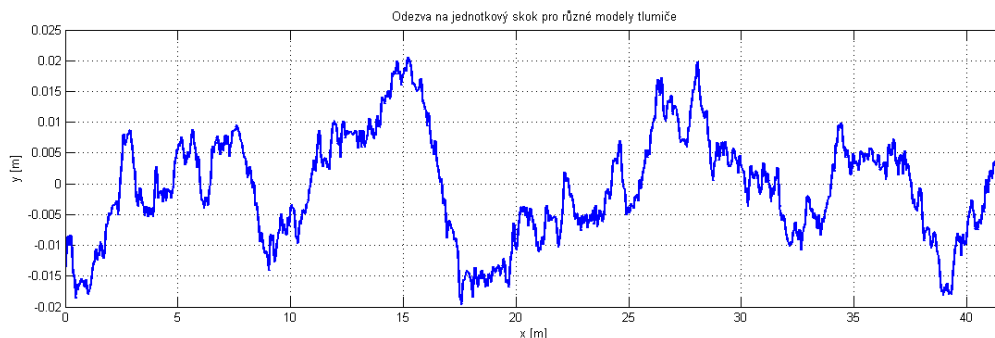
$$\underline{M} \ddot{\underline{Y}} + \underline{B}_{tl} \dot{\underline{Y}} + \underline{K} \underline{Y} = \underline{F} \quad (5)$$

Následně byly převedeny do soustavy diferenciálních rovnic stavového popisu.

2.1 Testovací funkce

Pro testování naladění parametrů bylo zvoleno několik testovacích funkcí. Pro testování průběhu síly do vozovky byla zvolena funkce rampového prahu, který má lineární náběh i pokles a uprostřed konstantní část. Délka prahu byla zvolena $L = 1 \text{ m}$ a rychlost přejezdu na $v_1 = 30 \text{ km/h}$. Druhou testovací funkcí pro optimalizaci komfortu řidiče byl stochastický průběh vozovky při rychlosti průjezdu $v_2 = 90 \text{ km/h}$.





Obr. 1. Průběh lineárního prahu a stochastického buzení vozovky

3 Vícekriteriální optimalizace

Chování systémů bylo optimalizováno podle zvolených kritériálních funkcí. Pro linearizovaný systém lze použít k nalezení parametrů polohu vlastních čísel v komplexní rovině. Systém je popsán soustavou rovnic.

$$\dot{X} = \underline{A} X + \underline{B} u \quad (6)$$

$$Y = \underline{C} X + \underline{D} u \quad (7)$$

Hledáním optimální polohy vlastních čísel lze dosáhnout minimální kmitavosti systému, ale není zde dostatečně zahrnuta odezva na stochastickou vozovku.

Vhodnější je použití integrálních kritérií, které jsou vypočítány z odezvy chování systému. U systémů, které se nechovají lineárně, je vhodné použít univerzálnější integrální kritéria z odezvy chování systému. [3]

$$J_1 = \int_0^T (F_2(t))^2 dt = \int_0^T (k_2[y(t) - y_2(t)])^2 dt \quad (8)$$

$$J_2 = \int_0^T (\ddot{y}_1)^2 dt \quad (9)$$

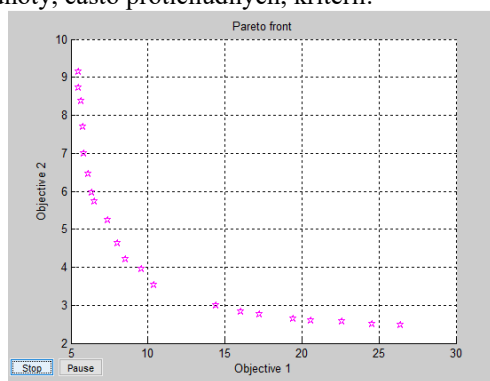
Tato kritéria jsou mnohem obecnější a lze je použít i na nelineární systémy. Pokud by byla soustava popsána podrobněji s nelineárními charakteristikami tlumičů, pružin a inertoru, tak by integrální kritéria stále zůstávala v platnosti. Integrovaná veličina je v druhé mocnině, aby nedocházelo ke zkreslení vlivem průběhu veličiny nad i pod souřadnicovou osou.

Pro získání hodnot o stejném řádu bylo kritérium J_1 vynásobeno konstantou 10^{-6} .

4 Genetické algoritmy

Pro nalezení optimálních hodnot parametrů prvků byl zvolen nástroj genetických algoritmů. Jde o stochastický nástroj používaný pro vícekriteriální optimalizaci. Do vytvořené optimalizační funkce, tzv. fitness function,

jsou dosazovány kombinace vstupních parametrů a výsledkem jsou hodnoty zvolených kritérií. Parametry, jejichž výsledky nejvíce minimalizují, kritéria jsou dále kříženy mezi sebou a tím dochází k postupnému získávání hraniční množiny, které lze dosáhnout. Vzniká tzv. pareto množina, která zobrazuje nejnižší dosažitelné hodnoty, často protichůdných, kritérií.



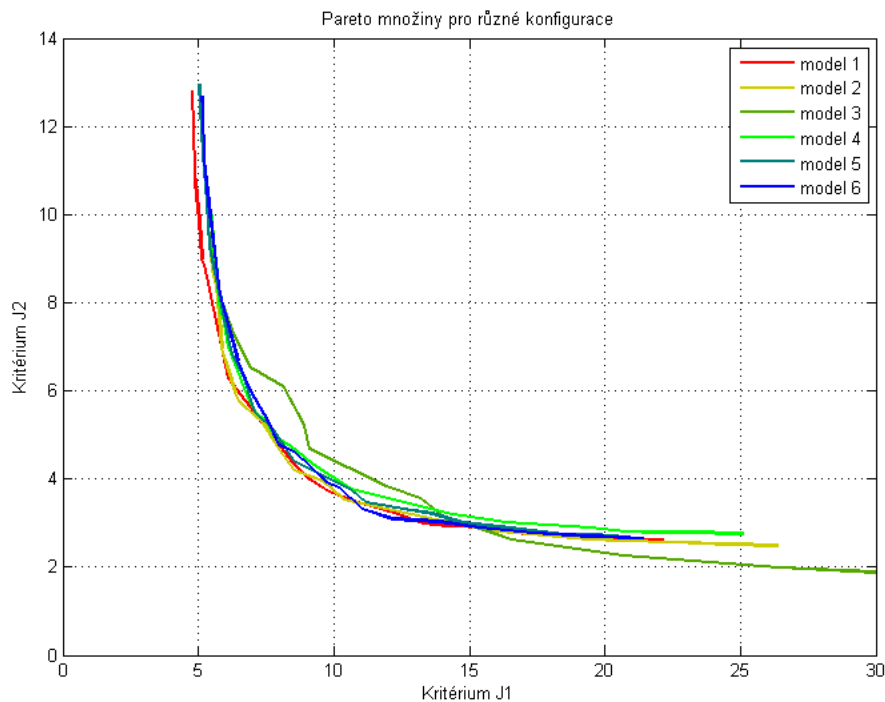
Obr. 2. Pareto množina

4.1 Zvolená fitness function

Fitness function vstupující do genetických algoritmů vycházejí ze skriptů řešících časové průběhy výchylek, vlastnosti soustavy a vykreslujících požadované průběhy. Ty byly pouze zkráceny a zjednodušeny tak, aby vypočítávali pouze nezbytně nutné hodnoty pro stanovení kritérií J_1 a J_2 a tím bylo dosaženo minimálního výpočtového času. Fitness function pro optimalizování integrálních kritérií bylo dosaženo času 0,1351 s pro výpočet jedné konfigurace parametrů.

5 Nalezené parametry

Použitím genetických algoritmů byla vygenerována pareto množina pro každou zvolenou konfiguraci zvlášť. Pro srovnání jednotlivých variant byly do jednoho grafu vyneseny všechny vykreslení pareto množiny.



Obr. 3. Nalezené pareto množiny pro všechny varianty zavěšení kola.

Hmotnosti jednotlivých hmot byly dány jako konstantní a jejich velikost nebyla optimalizována.

$$m_1 = 300 \text{ kg}$$

$$m_2 = 50 \text{ kg}$$

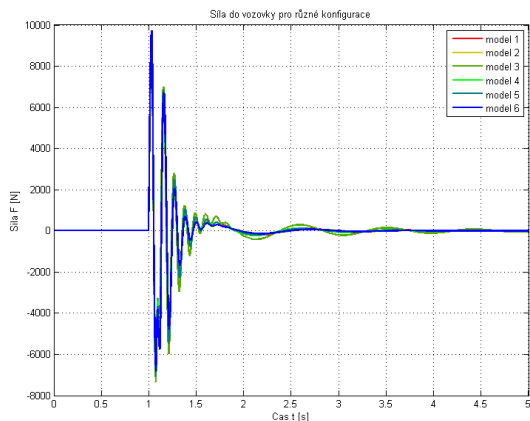
$$m_3 = 1 \text{ kg}$$

$$m_4 = 1 \text{ kg}$$

Model	J ₁	J ₂	k ₁ [N/m]	k ₂ [N/m]	k ₃ [N/m]	k ₄ [N/m]	k ₅ [N/m]	b ₁ [Ns/m]	b ₂ [Ns/m]	m _i [kg]
1	6,0887	6,2854	13 321	150340	-	-	-	825	-	-
2	6,1033	6,4565	11 678	150510	-	-	-	922	-	0,15
3	6,9194	6,5192	17 119	154117	-	-	-	412	318	32
4	6,1132	6,9902	13 626	153395	605	-	-	888	-	52
5	6,6285	6,3708	13 225	153782	806	-	-	810	133	56
6	6,4475	6,6853	11 695	155338	514	618	1000	942	68	91

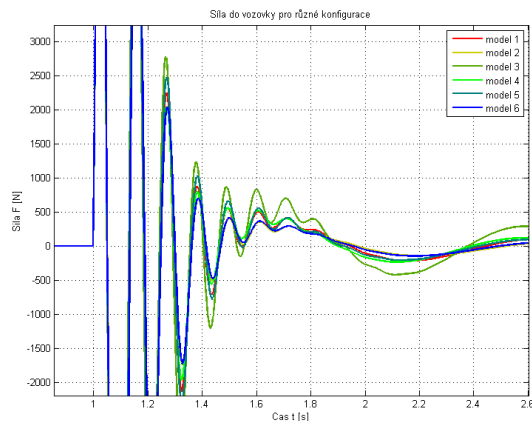
Tabulka 4. Vybrané konkrétní parametry odpovídající kritériím dle nalezených pareto množin

Porovnání průběhů síly do vozovky pro nalezené parametry. Vybrány byly parametry, pro které vycházela přibližně stejná velikost optimalizačních kritérií.



Obr. 4. Odezva průběhu síly do vozovky na rampové buzení pro jednotlivé konfigurace.

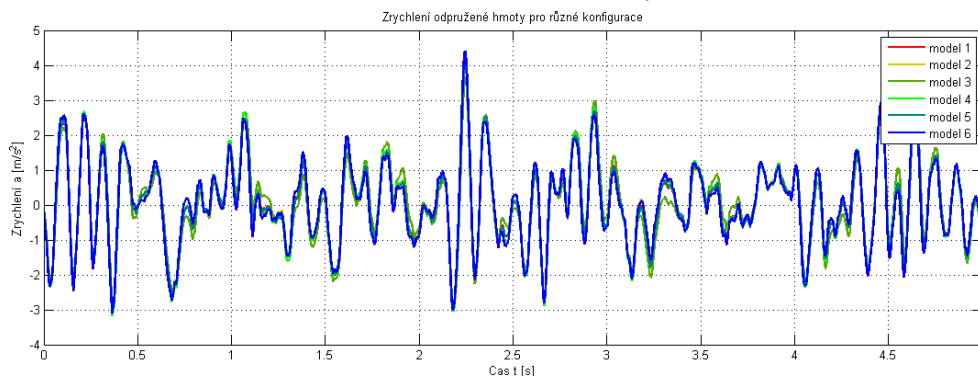
Zobrazené průběhy silové odezvy na rampový práh jsou u jednotlivých optimalizovaných variant velmi podobné. Pro podrobnější rozlišení jednotlivých průběhů je přiblížen detail ustálení síly.



Obr. 5. Detail odezvy průběhu síly na rampové buzení

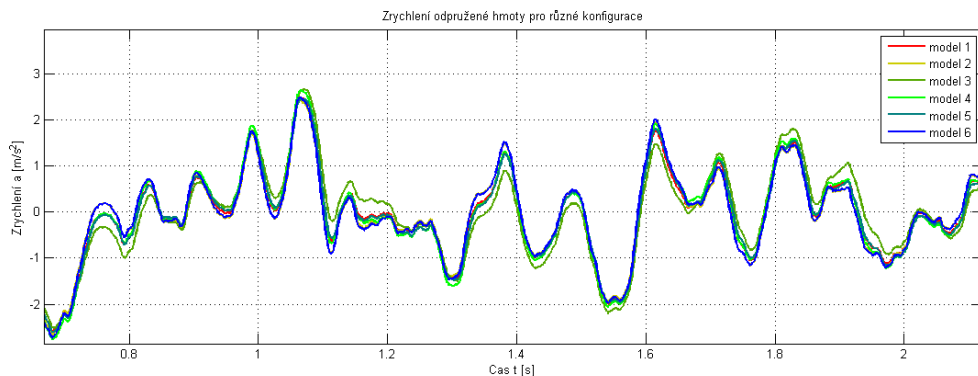
V detailu lze spatřit, že největší amplitudu výchylky má model 3, který se také dlouho ustaluje a nejvíce kmitá. Naopak nejmenší rozkmit síly má model 6, jehož lokální extrémy jsou nejvíce a nejrychleji vyhlazovány.

Stejně porovnání průběhů zrychlení na první hmotě bylo provedeno pro buzení stochastickou vozovkou. Pro zachování průběhů byla opět simulována jízda rychlostí $v = 90 \text{ km/h}$.



Obr. 6. Odezva zrychlení hmoty m_1 na stochastické buzení

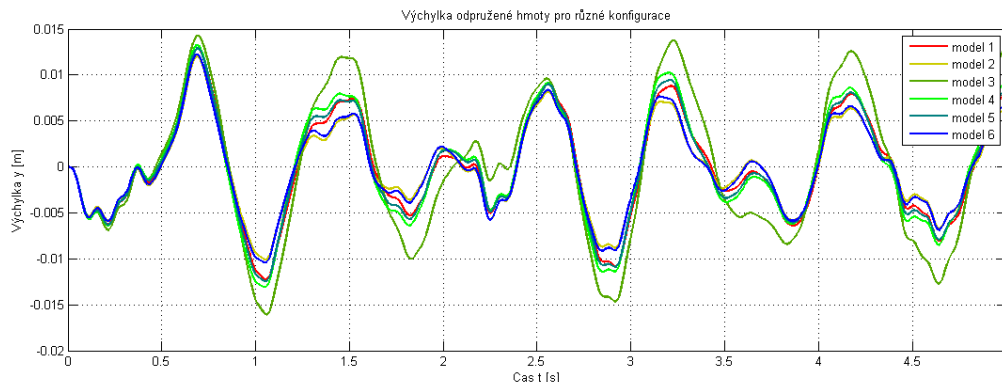
Z celkového průběhu je opět obtížné určovat nejlepší chování, které nejvíce tlumí špičky zrychlení. Z tohoto důvodu je zde umístěn detail průběhu zrychlení.



Obr. 7. Detail odezvy zrychlení hmoty m_1 na stochastické buzení

Zde již lze spatřit, že nejvíce snižují špičky zrychlení průběhy na modelech 6 a 3. Ve většině případů model 3 snižuje lokální maxima a model 6 také snižuje lokální extrémy.

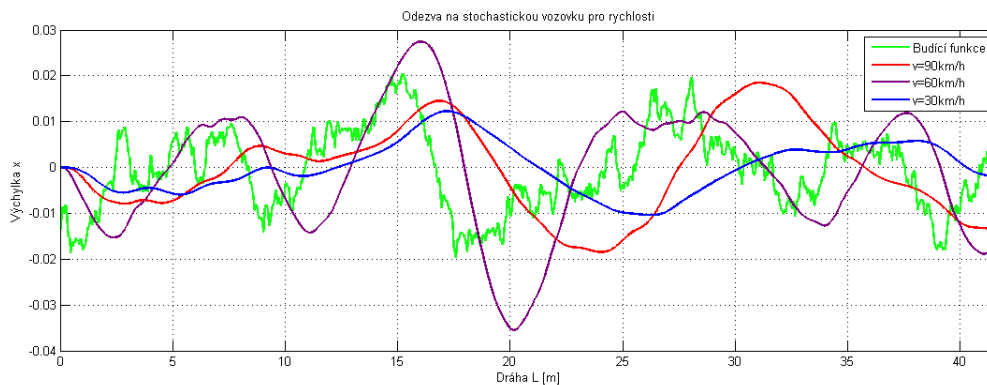
Pro lepší názornost odezvy modelů na buzení stochastickou vozovkou je zde ještě vložen průběh výchylek první hmoty od rovnovážné polohy.



Obr. 8. Odezva průběhu výchylky hmoty m_1 na stochastické buzení

V tomto grafu jsou zřetelněji vidět odlišné průběhy jednotlivých modelů. Po jejich vzájemném porovnání lze dojít k závěru, že model 6 nejvíce utlumuje špičky průběhu při porovnání s ostatními modely a naopak model 3 tyto špičky nejvýše zesiluje.

Pro porovnání je vložen graf odezvy na stochastickou vozovku pro různé rychlosti vozidla. Se zvyšující se rychlostí jízdy klesají amplitudy vybuzených výchylek a dochází se snižování lokálních extrémů. Průběh se stává více vyhlazeným.



Obr. 9. Porovnání průběhů výchylky hmoty m_1 při různých rychlostech průjezdu stochastické vozovky. Pro porovnání je vložena také budící křivka stochastické vozovky.

6 Závěr

Optimalizováním parametrů jednotlivých konstrukčních variant zavěšení kola automobilu lze dosáhnout velmi podobných výsledků. Z porovnání nalezených pareto množin žádná výrazně neumožňuje zlepšit obě zvolená protichůdná kritéria. Nicméně odchylky tu jsou, např. model 3 dosahuje nejhorsích výsledků, ale ostatní množiny se úzce překrývají.

Rozdíly jsou lépe vidět v průbězích optimalizovaných veličin pro konkrétní vybrané hodnoty parametrů. V grafickém zobrazení síly do vozovky lze porovnávat velikosti amplitud výchylek a jejich útlum s časem. Podobně je možné se dívat na průběh zrychlení první hmoty při buzení stochastickou vozovkou a porovnávat, který model nejlépe tlumí budící frekvence.

Z takovéto analýzy nejlépe vycházejí průběhy modelů 2 a 6. Jejich průběhy se téměř překrývají a pouze při dostatečném přiblížení je možné spatřit jejich drobné odchylky. Z toho vyplývá, že v případě zkoumaných konfigurací nedává použití inertoru výrazné zlepšení dosažitelných parametrů při optimálním nastavení oproti klasické konstrukci.

Poděkování

Chtěl bych poděkovat vedoucímu práce panu Ing. Pavlovi Steinbauerovi, Ph.D. za odborné konzultace, pomoc při řešení problémů a nasměrování na správný postup řešení optimalizace. Dále chci poděkovat Bc. Ondrovi Koldovi, se kterým jsem také konzultoval postupy při řešení projektu.

Seznam symbolů

$\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$	matice stavového popisu
b	konstanta tlumiče obecně (Ns.m^{-1})
b_1, b_2	konstanty tlumičů v soustavě (Ns.m^{-1})
\underline{B}_{fl}	matice tlumení (Ns.m^{-1})
C	kapacita (F)
F	síla (N)
F_i	síla inertoru (N)
\underline{F}	vektor budících sil (N)
F_2	síla do vozovky (N)
i	proud (A)
I	moment setrvačnosti setrvačnicku inertoru (kg.m^2)
J_1	kritérium pro sílu do vozovky
J_2	kritérium pro zrychlení chassis
k	tuhost pružiny obecně (N.m^{-1})
k_1	tuhost hlavní pružiny (N.m^{-1})
k_2	tuhost pneumatiky (N.m^{-1})
k_3, k_4, k_5	tuhost přidaných pružin (N.m^{-1})
\underline{K}	matice tuhosti (N.m^{-1})
L	indukčnost (H)
m	hmotnost tělesa obecně (kg)
m_1, m_2, m_3, m_4	hmotnosti těles soustavy (kg)

m_i	konstanta inertoru (kg)
M_s	generovaný setrvačný moment (Nm)
\underline{M}	matice hmotnosti (kg)
p	konstanta převodu mezi rotačním a lineárním pohybem (m^{-1})
R	odpor (Ω)
T	čas výpočtu
u	napětí (V)
v	rychlost (m.s^{-1})
v_1	rychlost průjezdu rampového prahu (m.s^{-1})
v_2	rychlost průjezdu stochastické vozovky (m.s^{-1})
\ddot{x}_{rel}	relativní zrychlení mezi dvěma konci inertoru (m.s^{-2})
\underline{X}	matice stavů (m)
γ	průběh kinematického buzení (m)
\underline{Y}	matice výchylek hmot (m)
$\underline{\dot{Y}}$	matice rychlostí hmot (m)
$\underline{\ddot{Y}}$	matice zrychlení hmot (m)
\ddot{y}_1	zrychlení chassis (m.s^{-2})
φ	úhel natočení setrvačnicku inertoru (rad)

Literatura

- [1] SMITH, Malcolm C. Synthesis of Mechanical Networks: The Inerter. *TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*. 10.10.2002.
- [2] CHEN, Michael Z.Q., a další, a další. Performance Benefits of Using Inerter in Semiactive Suspensions. *TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*. 4.7.2015.
- [3] WANG, Fu-Cheng and CHAM, Hsiang-An. Mechatronic Suspension Design and Its Applications to Vehicle Suspension Control. *47th IEEE Conference on Decision and Control*. 9.11.2008.
- [4] WANG, Fu-Cheng and CHAN, Hsiang-An. Vehicle suspensions with a mechatronic network. *Vehicle System Dynamics*. 8. 12. 2010.
- [5] SMITH, Malcolm C. a WANG, Fu-Cheng. Performance Benefits in Passive Vehicle Suspensions Employing Inerters. *Vehicle System Dynamics*, 2004, stránky 235–257.