

CFD OPTIMALIZACE MEZIKRUHOVÉHO DIFUZORU

Bc. Jan Andruš

Vedoucí práce: Ing. Tomáš Hyhlík, Ph.D.

Abstrakt

Práce se komplexně zabývá optimalizací založenou na numerických CFD výpočtech difuzoru. Mezi její hlavní přednosti patří užití radiálních bázových funkcí k sestrojení náhrady, na níž je založená podstata optimalizace. Součástí je zároveň sestrojení vlastního kódu založeného na obecném principu diferenciální evoluce, stejně tak práce ukazuje možné řešení problematiky distribuce bodů. Na závěr jsou pak tyto poznatky aplikovány na konkrétní úlohu

Klíčová slova

Optimalizace, radiální bázové funkce, CFD, sestrojení náhrady, diferenciální evoluce, difuzor

1 Úvod

Optimalizace je velmi mocný nástroj pro inženýrskou praxi. Dokáže zvyšovat účinnost dávno vyvinutých strojů a zařízení, redukovat hmotu kde není zapotřebí, pomáhá nám zvolit vhodnou orientaci vláken kompozitů a mnoho dalšího.

Následující kapitoly nám přiblíží matematické pozadí takovéto optimalizace. Budou použity moderní výpočetní nástroje a software pro zjištění optimálního tvaru mezikruhového difuzoru parní turbíny. Cílem této optimalizace je minimalizovat odpor difuzoru, chcete-li maximalizovat jeho účinnost.

2 Radiální bázové funkce (RBF)

Radiální bázové funkce (RBF) jsou nástrojem, který zvládne interpolaci i extrapolaci rozptýlených či nerovnoměrně nasnímaných dat. Jejich původní využití bylo pro rekonstrukci povrchů z množiny bodů získaných 3D scannerem. Díky vlastnostem, jako je např. schopnost interpolovat rozptýlená data o libovolné dimenzi či schopnost vypočítat hodnotu kdekoliv na povrchu náhrady v libovolném rozlišení, najdou RBF své uplatnění zejména při optimalizaci problémů s vysokým nárokem na výpočtový čas, kde pak volíme přiměřený počet výpočtů na optimalizované oblasti. Dostaneme tak rozptýlená data o libovolné dimenzi, které jsme schopni pomocí RBF „rekonstruovat“ s určitou přesností ve spojitou funkci.

2.1 Náhrada cílové funkce radiální bázovou funkcí

Radiální bázové funkce se nejčastěji využívají při aproximaci nelineárních funkcí. Vzhledem k povaze optimalizačních úloh, kde předem nelze posoudit cílovou funkci, je využití metody schopné zachytit nelinearitu velmi výhodné. Metoda pro určení cílové funkce v neznámém bodě používá lineární kombinaci funkcí ve známých bodech, jejichž hodnota je určena na základě normy prostoru, nejčastěji Euklidovské. Často používané RBF jsou následující:

$$1) \text{ Lineární RBF} \quad \phi(\|\vec{x}_i - \vec{x}\|) = \|\vec{x}_i - \vec{x}\| + c \quad (1)$$

$$2) \text{ Kubická RBF} \quad \phi(\|\vec{x}_i - \vec{x}\|) = (\|\vec{x}_i - \vec{x}\| + c)^3 \quad (2)$$

$$3) \text{ Gaussovská RBF} \quad \phi(\|\vec{x}_i - \vec{x}\|) = \exp\left(\frac{\|\vec{x}_i - \vec{x}\|}{2 \cdot c^2}\right) \quad (3)$$

$$4) \text{ Inverzní multikvadratická RBF} \quad \phi(\|\vec{x}_i - \vec{x}\|) = \frac{1}{(\|\vec{x}_i - \vec{x}\| + c)^{1/2}} \quad (4)$$

$$5) \text{ Multikvadratická RBF} \quad \phi(\|\vec{x}_i - \vec{x}\|) = \sqrt{1 + (\|\vec{x}_i - \vec{x}\| \cdot c)^2} \quad (5)$$

kde c je konstanta (například pomáhá řešit problém singularity matice)

2.2 Aproximace cílové funkce Standardní RBF

Standardní metoda vytváří aproximaci cílové funkce $f(\vec{x})$ ve tvaru:

$$\hat{f}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot \phi(\|\vec{x}_i - \vec{x}\|), \quad (7)$$

kde ϕ jsou RBF ve známých bodech a a_i jsou koeficienty získané tak, aby náhrada cílové funkce \hat{f} měla interpolační charakter na množině známých dat. Získání koeficientů a_i vede na soustavu lineárních rovnic ve tvaru:

$$A \cdot \vec{a} = \vec{f}, \quad (8)$$

kde A je čtvercová matice velikosti $n \times n$, \vec{a} je vektor koeficientů (neznámých) a vektor \vec{f} je vektor hodnot cílových funkcí ve známých bodech.

$$A = \begin{bmatrix} \phi(\|\vec{x}_1 - \vec{x}_1\|) & \phi(\|\vec{x}_1 - \vec{x}_2\|) & \cdots & \phi(\|\vec{x}_1 - \vec{x}_n\|) \\ \phi(\|\vec{x}_2 - \vec{x}_1\|) & \phi(\|\vec{x}_2 - \vec{x}_2\|) & \cdots & \phi(\|\vec{x}_2 - \vec{x}_n\|) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi(\|\vec{x}_n - \vec{x}_1\|) & \phi(\|\vec{x}_n - \vec{x}_2\|) & \cdots & \phi(\|\vec{x}_n - \vec{x}_n\|) \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ \cdots \ a_n]^T$$

$$\vec{f} = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ \cdots \ f_n]^T$$

Poznámka: RBF umožňují výpočet aproximace v bodě i jinou než-li Standardní metodou, například Standardní metodou s polynomičnou aproximací, nebo tzv. Normovanou RBF.

2.3 Lineární RBF

Jedná se o nejjednodušší RBF, která ovšem také nalezne své uplatnění na první přiblížení. Uvážíme-li ale výpočetní výkon počítače a fakt, že pro získání diskretních dat jsme vynaložili nemalé úsilí, nahrazení cílové funkce právě lineární RBF znamená „mrhání“ naším předešlým úsilím.

Předpis: $\phi(\|\vec{x}_i - \vec{x}\|) = \|\vec{x}_i - \vec{x}\| + c$, kde konstantu c můžeme volit např. $c=1$ a zajistíme tak regulárnost matice A .

Tuto RBF dále využijeme hlavně k porovnání náhrad s další RBF a to konkrétně multikvadratickou.

2.4 Multikvadratická RBF

Pokročilá RBF na jejíž testování se více zaměříme. Jak dále uvidíme, výpočetní čas vložený do složitější RBF se rozhodně vyplatí.

Předpis: $\phi(\|\vec{x}_i - \vec{x}\|) = \sqrt{1 + (\|\vec{x}_i - \vec{x}\| \cdot c)^2}$, kde konstanta c má výrazný vliv na tvar a dá se říci „kvalitu“ náhrady cílové funkce. V kapitole 1.2 můžeme pozorovat vliv volby této konstanty na náhradu.

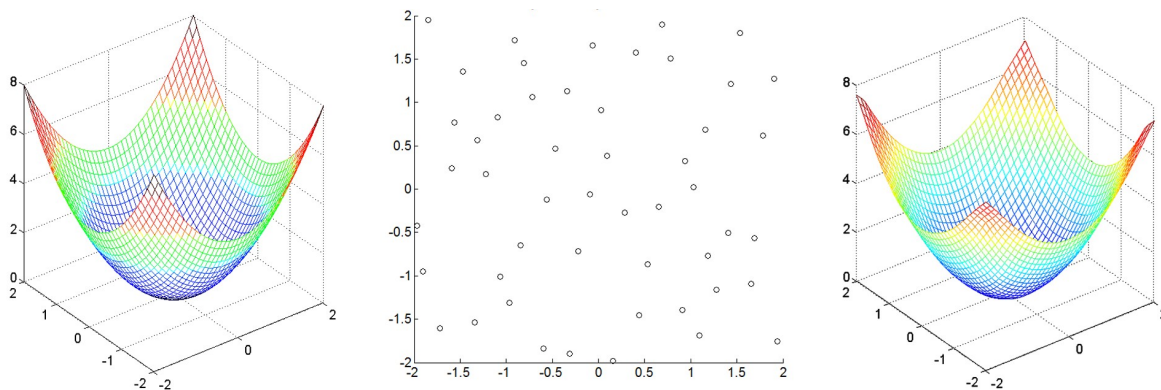
2.5 Testování náhrad

Abychom mohli posoudit náhrady různých RBF, volíme známé tzv. testovací funkce. Z těchto cílových testovacích funkcí pak vhodně vybereme body v nichž určíme funkční hodnoty, z nichž sestavíme vektor \vec{f} . Následně pak určíme aproximaci \hat{f} v náhodných bodech a vykreslíme náhradu. Zaměříme se na porovnání náhrady sestrojené lineární RBF a multikvadratickou RBF. Posouzení omezíme pouze na optické srovnání náhrad, nejlépe však k tomuto problému přistupovat matematicky a porovnávat první derivace funkce ve známých bodech. Tato metoda nám pak odpoví, jak kvalitně náhrada zachytila tvar cílové funkce.

2.6 Testování – náhrada sférické testovací funkce

První testovací cílová funkce je tzv. sférická funkce. Její předpis:

$$f = \sum_{i=1}^D x_i^2, \text{ kde } D \text{ značí dimenzi. Pro náš případ } D=2. \quad (9)$$

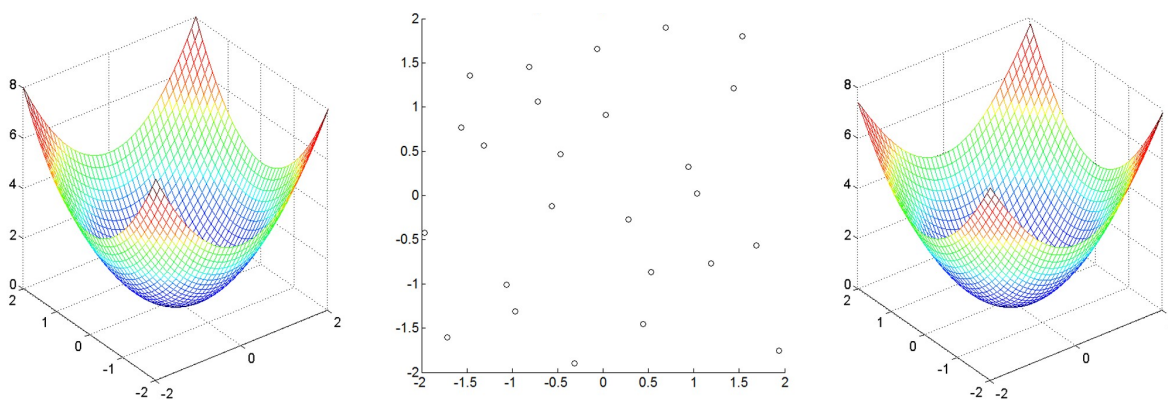


Ilustrace 1:

Vlevo: Testovací sférická funkce

Uprostřed: Vybrané body diskretizace (slouží k sestrojení náhrady), počet = 50

Vpravo: Aproximovaná náhrada – použití lineární standardní báze funkce



Ilustrace 2

Vlevo: Testovací sférická funkce

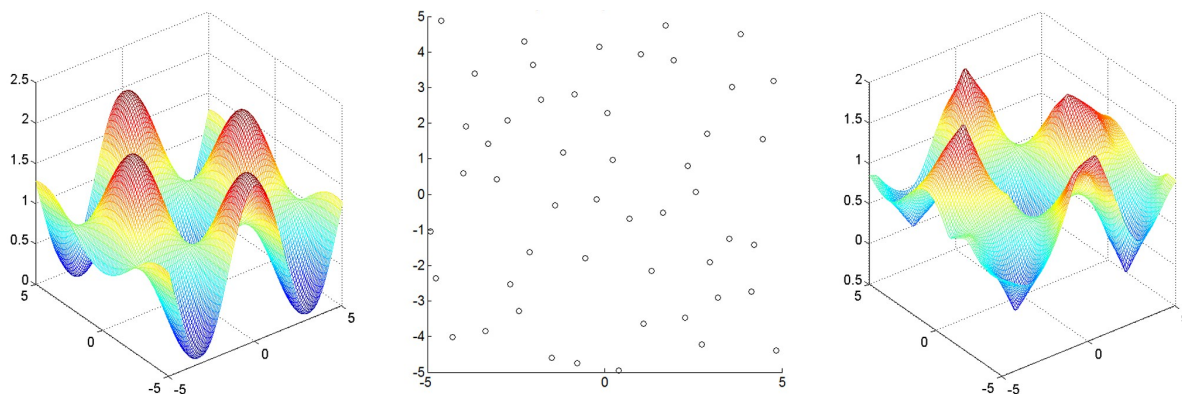
Uprostřed: Vybrané body diskretizace (slouží k sestrojení náhrady), počet = 25

Vpravo: Aproximovaná náhrada – použití multikvadratické báze funkce ($c=0,5$)

2.7 Testování – náhrada Griewankovi testovací funkce

Druhá testovací cílová funkce je tzv. Griewankova funkce. Její předpis:

$$f = 1 + \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4000} + \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right), \text{ kde } D \text{ značí dimenzi. Pro náš případ } D=2. \quad (10)$$

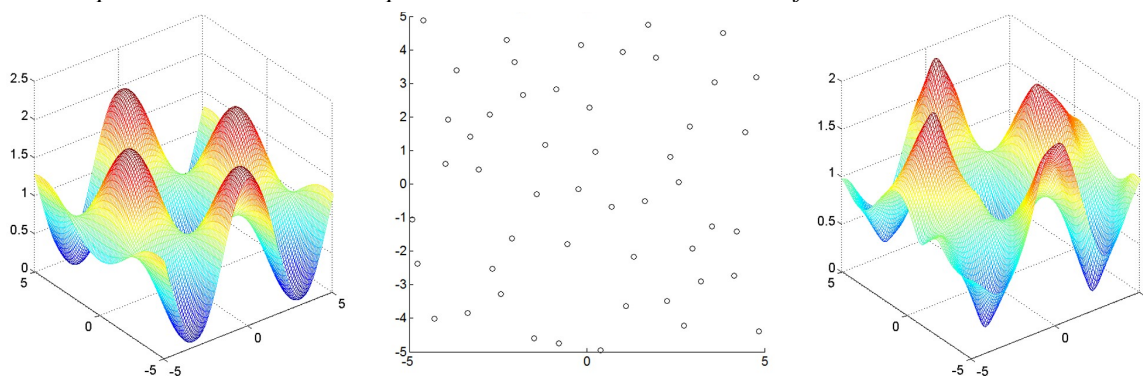


Ilustrace 3

Vlevo: Testovací Griewankova funkce

Uprostřed: Vybrané body diskretizace (slouží k sestavení náhrady), počet = 50

Vpravo: Aproximovaná náhrada – použití lineární standardní báze funkce

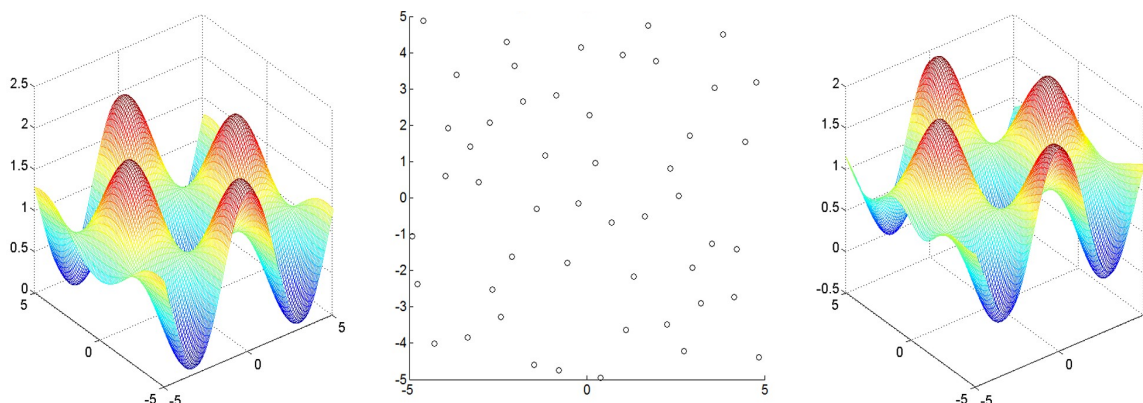


Ilustrace 4

Vlevo: Testovací Griewankova funkce

Uprostřed: Vybrané body diskretizace (slouží k sestavení náhrady), počet = 50

Vpravo: Aproximovaná náhrada – použití multikvadratické báze funkce ($c=5$)



Ilustrace 5

Vlevo: Testovací Griewankova funkce

Uprostřed: Vybrané body diskretizace (slouží k sestavení náhrady), počet = 50

Vpravo: Aproximovaná náhrada – použití multikvadratické báze funkce ($c=0,5$)

2.8 Posouzení náhrad

Posouzení náhrad sférické funkce jasný výsledek nedává. Je to dáno charakterem funkce, která je ryze monotónní a i lineární RBF poskytuje dobré výsledky. Všimněme si ovšem, že multikvadratická RBF si vyžádala k sestrojení okem nerozeznatelné náhrady polovinu bodů diskretizace. Griewankova funkce pak přináší výrazné rozdíly v náhradách. Zatímco lineární RBF dává nepřijatelný výsledek, v případě multikvadratické RBF velmi záleží na volbě koeficientu c . Všimněme si rozdílu mezi ilustrací č.4 a č.5. Koeficient c výrazně ovlivnil náhradu. V případě testovacích funkcí, je vhodná volba koeficientu c záležitostí porovnání různých voleb.

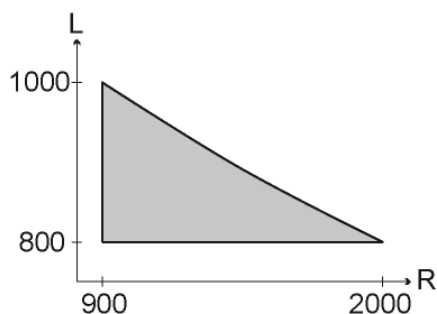
V případě aproximace náhrady, kdy neznáme charakter cílové funkce, je volba tohoto koeficientu velmi složitá. Jak je vidět z testování, nižší hodnota koeficientu c dává „hladší“ průběh náhrady. Ale v případě, že hledaná cílová funkce nebude diferencovatelná, můžeme dospět k velmi nevhodné náhradě. Posouzení, zda náhrada odpovídá cílové funkci alespoň s určitou přesností je zpětně složitě, ne-li úplně nemožné, pokud nemůžeme zvýšit počet bodů diskretizace cílové funkce.

3 Úloha optimalizace

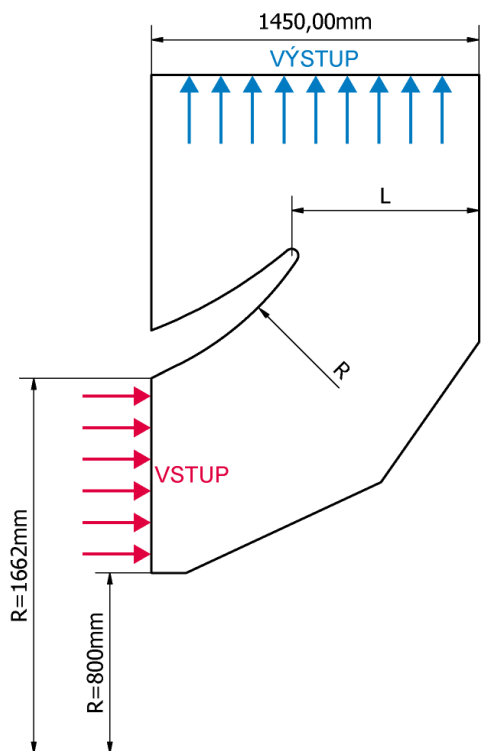
Pro zvýšení účinnosti parních generátorů jsou jejich konce před kondenzátorem opatřeny difuzory. Jejich úkolem je vyvedení toku páry do kondenzátoru s co nejnižší ztrátou. Zde se budeme zabývat geometrickou optimalizací 2 parametrů difuzoru parního generátoru.

3.1 Definice úlohy

Geometrie difuzoru je řízena dvěma parametry a to R a L . Tyto parametry musí být vybírány z oblasti, kde je zaručena geometrická přípustnost vzájemných kombinací. Jejich dopad na celkovou ztrátu difuzoru je pak předmětem následující optimalizace.



Ilustrace 6: Oblast volby parametrů



Ilustrace 7: Řez difuzorem

Podmínky na vstupu: teplota = 310K; celkový tlak = 250Pa (+4000Pa)
složky rychlosti - axiální = 0,966
 - radiální = 0,14
 - tangenciální = 0,215
 $\sqrt{0,966^2 + 0,14^2 + 0,215^2} = 1$

Podmínky na výstupu: celkový tlak = 0Pa (+4000Pa)
 (operační tlak pro celou soustavu je 4kPa)

3.2 Problém distribuce bodů

Vhodná volba bodů pro diskretizaci cílové funkce je téma samo o sobě. Možností jak vybrat body je hned několik, od ručního výběru po matematické algoritmy.

Ruční výběr

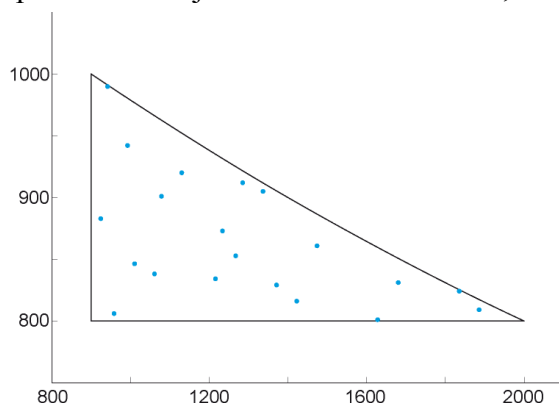
Ruční výběr bodů je zatížen velkou chybou našeho rozhodnutí, nehledě na to, že tento výběr bude jedinečný pro každého jedince. Jedna z největších chyb bude v rozložení bodů, abychom pokryli oblast rovnoměrně.

Běžné algoritmy typu „random“

Výběr bodů algoritmem je již sofistikovanější přístup, ovšem algoritmy typu „random“ mohou poskytovat v čase odlišný výběr. Pokud bychom ošetřili tuto neduhu, máme základ schopného algoritmus, ovšem s dalšími podstatnými nevýhodami. Vstupem do tohoto algoritmu bude počet bodů, které chceme generovat. Ten bude muset být neměnný a celá naše optimalizace bude postížená již na počátku výběrem počtu bodů. Vygenerujeme-li 30 náhodných bodů a později budeme chtít tento počet změnit, např. na 35 bodů, změníme všechny odpočátku. Dále jsme neošetřili rovnoměrnost rozložení bodů, dokonce není vyloučena duplicita ve výběru.

Kvazistacionární náhodné řady

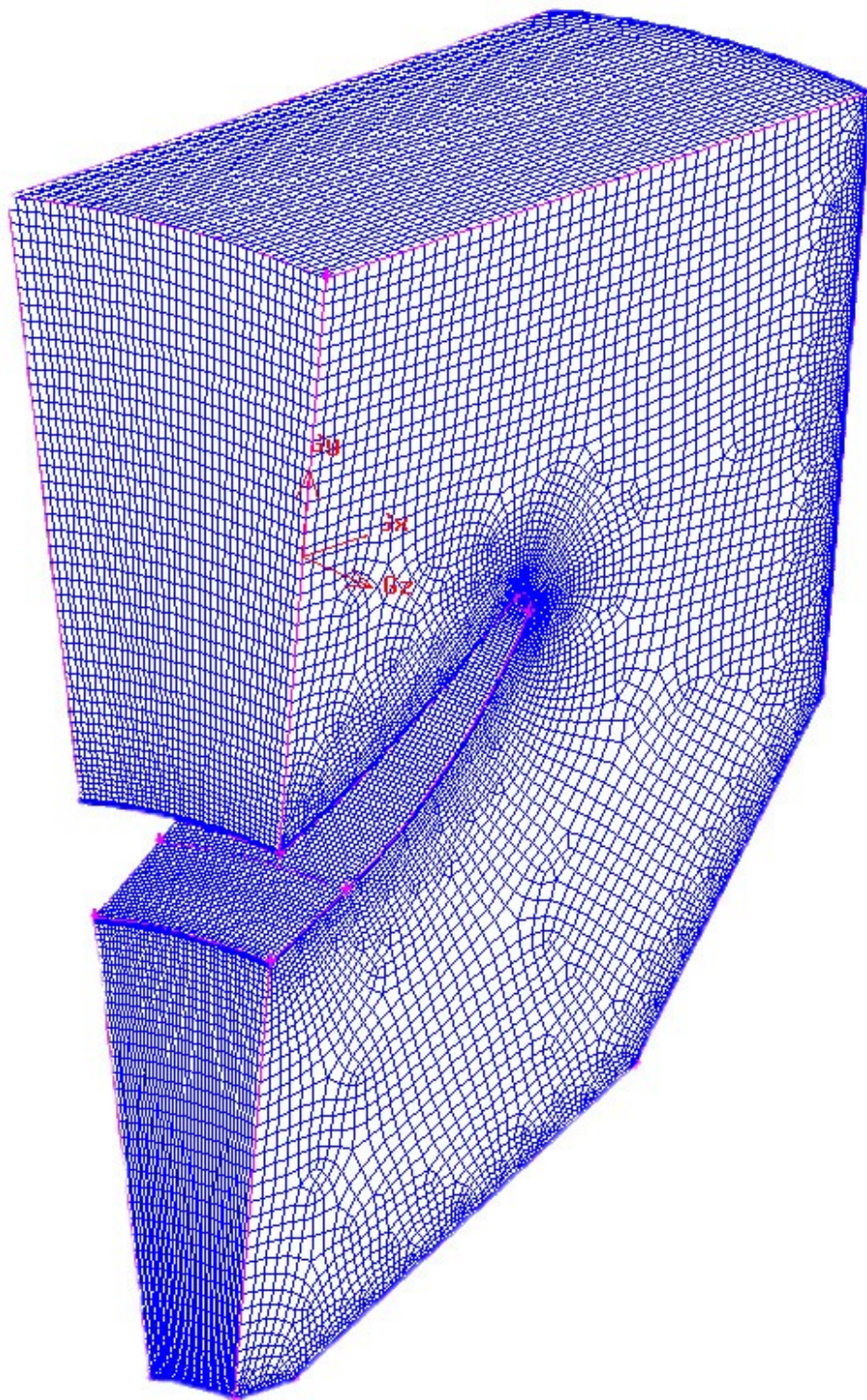
Kvazistacionární náhodné řady přináší řešení distribuce bodů. Nejenom že generovaný výběr bude v čase stálý, ale máme zaručenu rovnoměrnost rozložení v oblasti. Jelikož se algoritmus řídí stále stejným předpisem, zvýšíme-li počet generovaných bodů k diskretizaci, algoritmus pouze doplní „nejřidší“ oblasti novými body. Můžeme tedy pohodlně zahušťovat oblast a získávat tak přesnější a přesnější náhrady cílové funkce bez zmaru původně vypočítaných dat, což je vzhledem k charakteru optimalizačních úloh, kdy předem pouze odhadujeme časovou náročnost, velmi žádoucí.



Ilustrace 8: Výběr na oblasti provedený Haltonovou kvazistacionární náhodnou řadou (20 bodů)

3.3 CFD výpočty

Při modelování i samotném výpočtu využijeme rotační symetrie difuzoru a k výpočtu tak připravíme pouze výsek 15°. Výsledné síť pak mají do 400 000 buněk, v závislosti na parametrech R a L .



Ilustrace 9: Síť pro variantu $R=1010$ $L=846$ (363640 elementů)

K CFD simulaci užíváme softwaru Ansys Fluent 12.1 s následujícími nastaveními:

- Density-based solver, stacionární
- $k - \epsilon$ model turbulence
- tekutina: H_2O -vapor z databáze Fluentu upravená na chování ideálního plynu s konstantní tepelnou kapacitou $c_p = 2014 J/kgK$
- vstupní okrajová podmínka: pressure inlet se známými parametry, intenzita turbulence 10%, délkové měřítko 0,1m
- výstupní okrajová podmínka: pressure outlet, intenzita turbulence 10%, měřítko 1m
- výpočetní schéma implicitní, tlakový gradient Green-Gauss Cell Based

postup výpočtu: prvních 3000 iterací s výše uvedenými nastaveními a výpočetní schémata Upwind 1. řádu

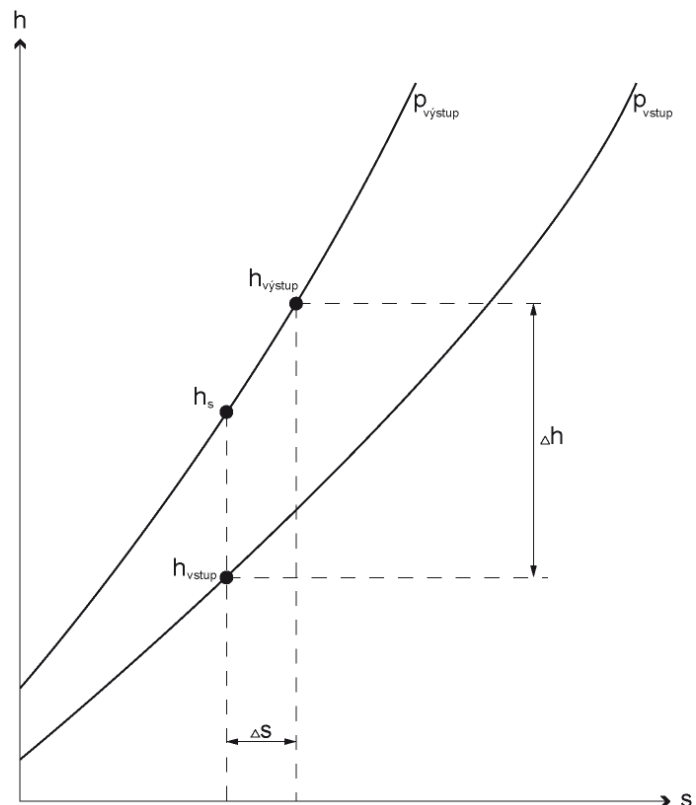
následuje 9000 iterací s výpočetními schémata Upwind 2. řádu

3.4 Sběr dat z CFD výpočtů

Účinnost difuzoru budeme posuzovat na základě následujících znalostí:

Při nevratném ději dochází k růstu entropie s . Jak je z grafu patrné, dochází i k vyššímu nárůstu entalpie h . Těchto jevů využijeme a na jejich základě postavíme optimalizaci tvaru difuzoru. V matematickém prostředí softwaru Matlab sestavíme příslušné funkce přírůstu entropie a entalpie na nichž budeme hledat minima, jakožto body s nejmenším nárůstem entropie (entalpie). Pro kontrolu uijeme právě obou veličin a vzájemně porovnáme optimalizaci založenou na růstu entropie a na růstu entalpie, jelikož se zde určitě projeví jistá numerická „nepřesnost“.

Rekonstrukci funkcí provedeme pomocí multikvadratické radiální báze funkce, z 20 bodů, pro něž budeme mít k dispozici potřebné hodnoty.



Ilustrace 10: h-s diagram expanze

Získávání hodnot entalpie

Hodnoty entalpie nezískáváme přímo, ale pomocí softwaru Fluent dopočteme vstupní a výstupní teplotu. Tekutinu jsme si definovali jako IP, můžeme tedy přistoupit k dopočtení rozdílu entalpie jednoduše dle vzorce (1).

$$c_p \cdot (T_{\text{výstup}} - T_{\text{vstup}}) = \Delta h \quad (11)$$

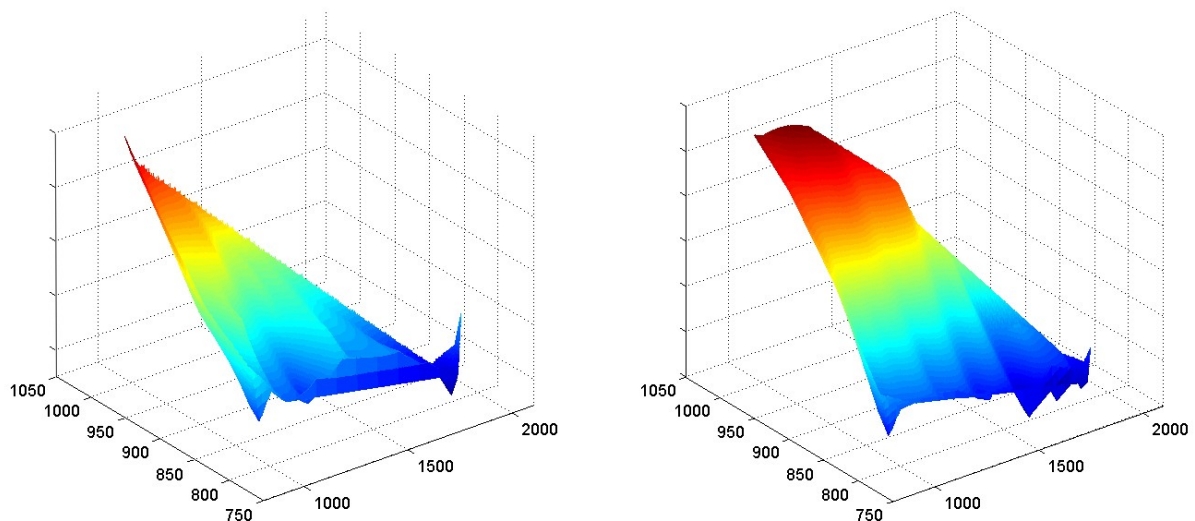
Získávání hodnot entropie

Při získávání hodnot entropie spoléháme plně na numerické výsledky ze softwaru Fluent. Přes hmotnostní tok vážíme entropii na vstupu a výstupu. Jejich rozdíl podělíme hmotnostním tokem a získáme přírůstek entropie (2).

$$\frac{\dot{S}_{\text{výstup}} - \dot{S}_{\text{vstup}}}{\dot{m}} = \Delta s \quad (12)$$

3.5 Sestrojení náhrad

Každá náhrada cílové funkce je sestrojena z 20 diskretních hodnot. Jejich vykreslení a vypočtení pak proběhlo v softwaru Matlab pomocí příkazu *mesh* z 500 bodů s lineární interpolací, aby nedocházelo k dalšímu zkreslení.



Ilustrace 11

Vlevo: Náhrada cílové funkce přírůstku entropie

Vpravo: Náhrada cílové funkce přírůstku entalpie

4 Optimalizace diferenciální evolucí

Evoluční metody jsou velmi mladé optimalizační algoritmy. To souvisí především s nástupem počítačů, jejichž využití je při těchto metodách nevyhnutelné. První metodou tohoto typu je genetické žihání (1994, Price, Storn, USA).

Evoluční metody implementují do optimalizace zákonitosti přírody. Základním pravidlem je:

„Do nové generace se nedostane žádný slabý jedinec.“

4.1 Schéma evolučního algoritmu

1.) Stanovení parametrů

Evoluční algoritmus vyžaduje stanovení parametrů potřebných k řízení reprodukčního cyklu. Ty jsou:

NP	$NP > 3$	- počet jedinců, velikost populace
F	$F \in \langle 0, 2 \rangle$	- mutační konstanta
CR	$CR \in \langle 0, 1 \rangle$	- práh křížení
G	$G > 0$	- počet generací

2.) Tvorba populace

Nultá generace je generována zcela náhodně

$$x_k^{i,0} = x_{k \min} + \text{random}(x_{k \min}, x_{k \max}) \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, NP \quad (13)$$
$$k = 1, 2, \dots, n$$

3.) Reprodukční cyklus

Pro každého jedince (rodiče, tj. jedince j -té generace) je vygenerován zkušební jedinec zk . Nejprve jsou vybráni tři různí jedinci téže generace. Rozdíl prvních dvou násobený konstantou F je přičten ke třetímu jedinci. Výsledkem je tzv. šumový vektor v .

$$v_k^{i,j+1} = x_k^{r3,j} + F(x_k^{r1,j} - x_k^{r2,j}) \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, NP \quad (14)$$
$$k = 1, 2, \dots, n$$

Poté je pro každý rozměr generováno náhodné číslo $\langle 0, 1 \rangle$. Pokud je číslo menší než práh křížení CR , je zkušebnímu jedinci pro aktuální rozměr přiřazen parametr ze šumového vektoru v . Je-li větší, pak parametr rodiče.

$$\text{if (nahodné číslo} < CR) \rightarrow zk_k^{i,j+1} = v_k^{i,j+1} \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, NP \quad (15)$$
$$k = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{if (nahodné číslo} \geq CR) \rightarrow zk_k^{i,j+1} = J_k^{i,j}(\text{rodič}) \quad (16)$$

4.) Testování cílové funkce pro zkušební jedince

Pro každého zkušebního jedince je testována cílová funkce f . Nástroj pro testování cílové funkce většinou není součástí evolučního algoritmu. Tímto nástrojem může být Fluent, Matlab, Excel apod.

5.) Určení nové populace

Porovnáním funkčních hodnot na funkci f rodičů a zkušebních vektorů se určí nová generace jedinců. Pokud je funkční hodnota zkušebního vektoru zk lepší než jedince – rodiče J , postoupí do nové generace zkušební vektor. Pokud ne, postoupí beze změny rodič. Tím je zaručeno, že se do nové generace nedostane horší jedinec než rodič.

$$\text{if } [f(zk_k^{i,j+1}) > f(J_k^{i,j})] \rightarrow J_k^{i,j+1} = zk_k^{i,j+1} \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, NP \quad (17)$$

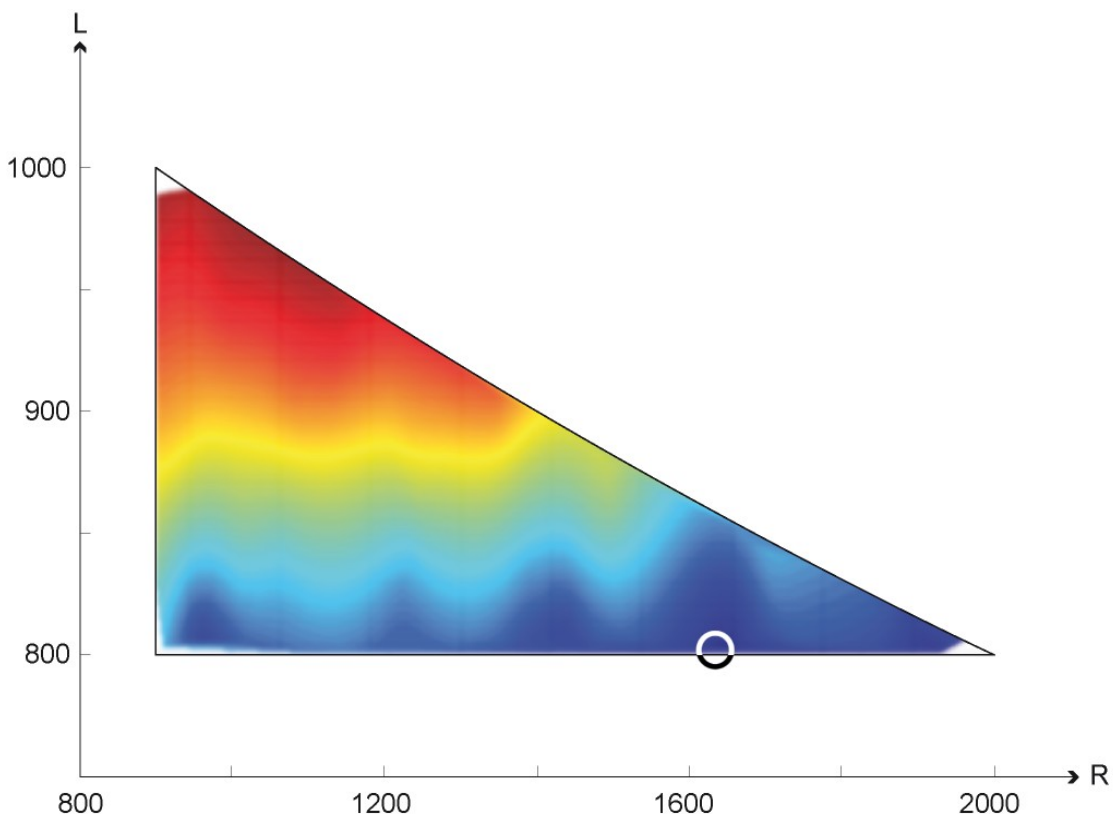
$$\text{if } [f(zk_k^{i,j+1}) \leq f(J_k^{i,j})] \rightarrow J_k^{i,j+1} = J_k^{i,j} \quad \text{a případ hledání maxima} \quad (18)$$

Cyklus 3. – 5. se opakuje do splnění ukončovacího podmínky. Nejlepší jedinec je prohlášen řešením optimalizační úlohy.

4.2 Výsledky optimalizace

Ilustrace 11 zobrazuje přírůstek entalpie pro různé kombinace parametrů R a L . Pro optimalizaci nám stačí znát takovéto rozložení (funkci), absolutní čísla již nehrají nadále roli. Můžeme si povšimnout, že v konturách jsou zaneseny určité harmonické prvky, které můžeme přičítat nedokonalosti nahrazení radiální bázovou funkcí.

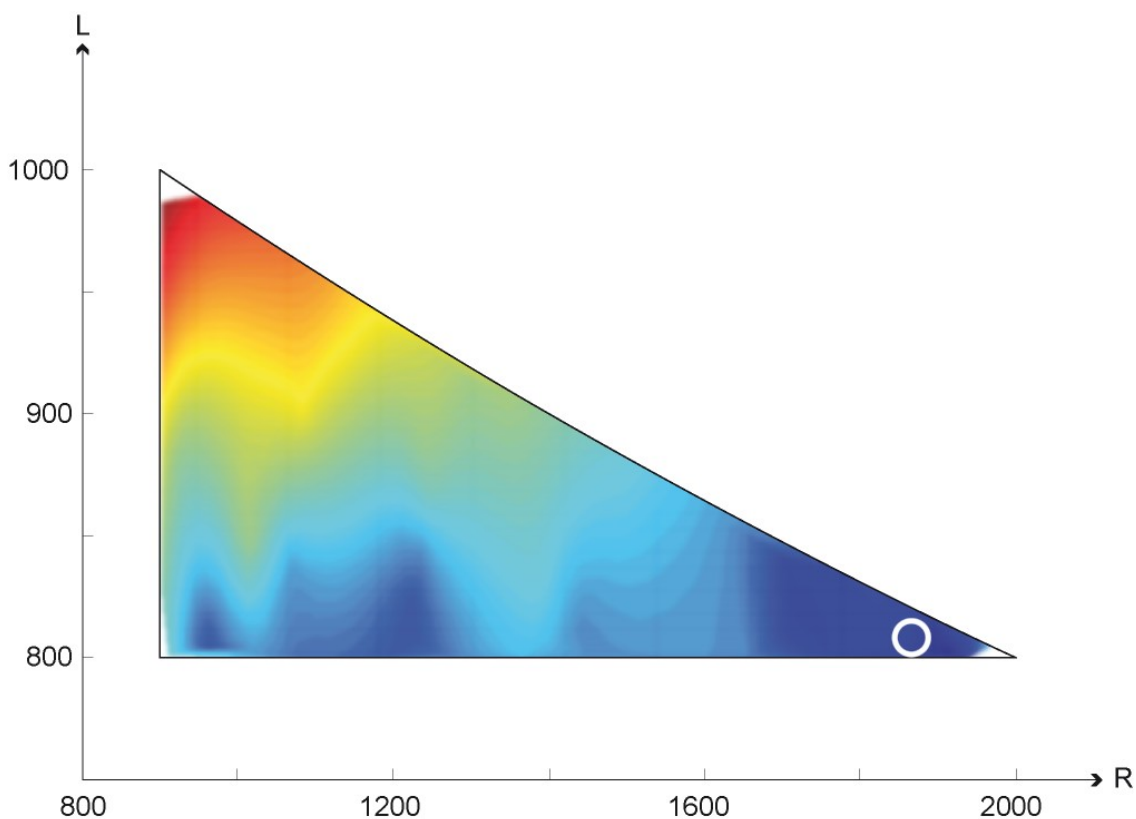
Námi sestrojený algoritmus našel pro tento případ minimum v blízkém okolí bodu $R=1633\text{mm}$; $L=801\text{mm}$.



Ilustrace 12: Diagram rozložení přírůstku entalpie (kolečko indikuje nalezené minimum)

Ilustrace 12 zobrazuje přírůstek entropie pro různé kombinace parametrů R a L . Jak se dalo očekávat, přístup přes rozdílnou veličinu přinese i rozdílný výsledek.

Námi sestrojený algoritmus našel pro případ posuzování dle entropie minimum v blízkém okolí bodu $R=1870mm$; $L=807mm$.



Ilustrace 13: Diagram rozložení přírůstku entropie (kolečko indikuje nalezené minimum)

5 Závěr

Jak je patrné, aplikace RBF v optimalizaci má své opodstatněné využití. Jako stěžejní se jeví vhodná volba RBF a způsob aproximace. Testování multikvadratické RBF na Griewankově funkci poukázalo na problematiku vhodné volby koeficientu c . Dopad této volby na náhradu cílové funkce nás může přivést ke špatným výsledkům optimalizace. Volba RBF a příslušných koeficientů tak bude zřejmě dána hlavně zkušenostmi, nebo přibližným odhadem charakteristiky cílové funkce.

Již na počátku optimalizační úlohy jsme predikovali rozličná řešení podložená vyšetřováním přes různé veličiny. Jak je patrné z ilustrací 6 a 7, tato predikce se potvrdila. Rozdílné přístupy daly různé výsledky, nejsou však diametrálně odlišné. Při zběžné optické kontrole spatříme na obou diagramech výrazné oblasti nízkých hodnot a odlišnost určení minim může být dána chybou rekonstrukce funkcí (multikvadratická radiální básová funkce).

Následující krok v optimalizaci by tak zřejmě bylo zúžení testované oblasti parametrů. Bylo by vhodné zaměřit se na rozpětí $R \in \langle 1600 ; 1900 \rangle$ a zde celý postup optimalizace zopakovat. Vzhledem k hustějšímu rozložení diskrétních hodnot v užší oblasti bychom dostali věrnější podobu funkcí (náhrad).

Seznam symbolů

ϕ	radiální bázové funkce	
\vec{x}	vektor souřadnic	
c	konstanta	[1]
\vec{a}	vektor koeficientů náhrady cílové funkce	[1]
f	cílová funkce	
\hat{f}	náhrada cílové funkce	
A	matice soustavy lin. rovnic pro řešení koeficientů a	
\vec{f}	vektor známých funkčních hodnot	
D	dimenze prostoru	[1]
R	poloměr zaoblení difuzoru (optimalizační parametr)	[mm]
L	šířka vyústění difuzoru (optimalizační parametr)	[mm]
c_p	tepelná kapacita při konstantním tlaku	[J/kgK]
$h(\Delta h)$	entalpie (rozdíl entalpie)	[J/kg]
$s(\Delta s)$	entropie (rozdíl entropie)	[J/kgK]
T	termodynamická teplota	[K]
\dot{s}	tok entropie	[(J/kgK) / (kg/s)]
\dot{m}	hmotnostní tok	[kg/s]
NP	počet jedinců, velikost populace	[1]
F	mutační konstanta	[1]
CR	práh křížení	[1]
G	počet generací	[1]
J	jedinec j -té generace (možno i rodič)	
i, j, k	sumační konstanty	[1]

Seznam použité literatury

- [1] ZELINKA, Ivan. *Umělá inteligence v problémech globální optimalizace*. Praha: BEN - technická literatura, 2002.
- [2] Radial basis function - Scholarpedia. [online]. [cit. 2012-01-10]. Dostupné z: www.scholarpedia.org
- [3] SLÁDEK, Aleš. *Optimalizační metody pro úlohy mechaniky tekutin*. Praha, 2007. Disertační práce. ČVUT Praha, FS. Vedoucí práce prof. Ing. Šafařík Pavel CSC.
- [4] SUCHOMEL, Ondřej. *Optimalizační metody v CFD – diferenciální evoluce*. Semestrální projekt. ČVUT Praha, FS. Vedoucí práce Ing. Tomáš Hyhlík, Ph.D.