

# Vizualizace obtékání rotujícího válce

Bc. Zuzana Broučková

Vedoucí práce: Ing. Zdeněk Trávníček, CSc., prof. Ing. Pavel Šafařík, CSc.

## **Abstrakt**

*Byla provedena vizualizace obtékání stojícího i rotujícího válce ve vzduchu. Vizualizace byla provedena pro dvě rychlosti nabíhajícího proudu pro Reynoldsova čísla  $Re=920$  a  $990$  a pro čtvery otáčky válce ( $0\text{ s}^{-1}$ ,  $5\text{ s}^{-1}$ ,  $12,5\text{ s}^{-1}$  a  $20\text{ s}^{-1}$ ). Získané výsledky byly porovnány s teoretickým modelem - potenciálním prouděním. Rychlost nabíhajícího proudu byla vyhodnocena na základě měření frekvence odplouvajících vírů za stojícím válcem v režimu Kármánovy vírové řady při  $Re=110$  a  $120$  s využitím známých závislostí mezi Strouhalovým a Reynoldsovým číslem.*

## **Klíčová slova**

*Obtékání válce, cirkulace, Kármánova vírová řada, vizualizace, potenciální proudění*

## **1. Úvod**

Jevy vznikající při obtékání rotujícího tělesa byly pozorovány již před několik stoletími, jednalo se např. o odklon letících střel i golfových míčků od přímé dráhy atp. V polovině 19. století provedl první experimenty Heinrich Gustav Magnus, který potvrdil existenci přídavné síly, která vzniká při obtékání rotujícího tělesa. Později byl po G. Magnusovi tento jev také pojmenován. Na začátku 20. století francouzský profesor Auguste Lafay objevil a popsal také inverzní Magnusův efekt, který se pro určité otáčky tělesa objevuje při vysokých Reynoldsových číslech. Studium obtékání rotujícího válce se v první polovině 20. století významně zabýval také Ludwig Prandtl. Další podrobnosti viz např. Zdravkovič [1].

Tato práce se věnuje především vizualizací obtékání rotujícího válce. Je zde ukázána a porovnána vizualizace při proměnné rychlosti nabíhajícího proudu, proměnných otáčkách i proměnném směru otáčení tělesa.

Pro doplnění souvislostí je ukázáno i teoretické řešení obtékání rotujícího válce pomocí známého matematického modelu potenciálního proudění.

Také je zde popsán způsob měření rychlosti proudu ve vizualizačním tunelu pomocí měření frekvence odplouvajících vírů za stojícím válcem v režimu Kármánovy vírové řady.

## **2. Přehled provedených experimentů**

Bylo provedeno celkem 16 experimentů s dvěma válci různého průměru  $D$ . Jejich přehled ukazuje Tabulka 1. Veličina  $n$  označuje otáčky válce. Experimenty číslo 2 až 4 a 7 až 9 byly provedeny pro oba směry rotace, tedy po směru hodinových ručiček a proti směru hodinových ručiček. Vzhledem k tomu, že se oba případy liší jenom znaménkem cirkulace  $\Gamma$  a vztlaku  $F_v$ , je v tabulce uvedena pouze „kladná“ varianta, tedy rotace válce po směru hodinových ručiček. Význam všech uvedených parametrů bude vysvětlen postupně v následujících kapitolách.

**Tabulka 1.** – Přehled provedených experimentů.

č.	$D$ mm	$n$ $s^{-1}$	$f_{\text{úplav}}$ Hz	$v_{\infty}$ m/s	$Re$	$St$	$\Gamma$ $m^2/s$	$F_v$ N
1	25,0	0	4,77	0,563	920	0,2118	0	0
2	25,0	5,0	-	0,563	920	-	0,0308	0,00057
3	25,0	12,5	-	0,563	920	-	0,0771	0,00144
4	25,0	20,0	-	0,563	920	-	0,1234	0,00230
5	3,0	0	31,8	0,563	110	0,1694	0	0
6	25,0	0	5,14	0,606	990	0,2120	0	0
7	25,0	5,0	-	0,606	990	-	0,0308	0,00062
8	25,0	12,5	-	0,606	990	-	0,0771	0,00155
9	25,0	20,0	-	0,606	990	-	0,1234	0,00248
10	3,0	0	34,9	0,606	120	0,1728	0	0

### 3. Řešení pomocí modelu potenciálního proudění

Jde o řešení idealizovaného případu, předpokládá se dvourozměrné proudění ideální nestlačitelné tekutiny bez vnitřního tření, tzn. s nulovou viskozitou. Význam modelu potenciálního proudění v mechanice tekutin spočívá jednak v historických souvislostech (tyto modely umožnily získat alespoň hrubé informace o proudových polích ještě dávno před tím, než existovaly numerické metody řešení), jednak v jeho názorné interpretaci vlivu parametrů na výsledek. Kromě toho, teoretická řešení založená na idealizovaných modelech umožňují studovat další vlivy, jinak jen velmi obtížně postižitelné - tato práce je úvodem k navazujícímu výzkumu vlivu sdílení tepla a hmoty na chování proudových polí (Trávníček a kol. [2]).

Řešení pro jednoduchá matematická pole jsou známá, viz např. Noskievič [3]. Složitější proudová pole se získají skládáním a dalšími úpravami jednodušších případů, viz též [3].

Potenciální proudění je jednoznačně určeno rychlostním potenciálem  $\Phi$  nebo proudovou funkcí  $\Psi$ . Pro rovinné proudění lze vyjádřit obě funkce jedinou funkcí komplexní proměnné  $F(z) = F(x + iy)$ , která se nazývá komplexní potenciál. Komplexní potenciál je vyjádřen:

$$F(z) = \Phi(x, y) + i\Psi(x, y). \quad (1)$$

Model rotujícího válce se získá složením následujících základních druhů proudění: paralelní proud, dipól a potenciální vír.

#### 3.1 Paralelní proud

Komplexní potenciál pro paralelní proud, kde rychlost proudu je  $v_{\infty}$ , je:

$$F(z) = v_{\infty}z. \quad (2)$$

#### 3.2 Pramen, propad

Komplexní potenciál pro pramen je:

$$F(z) = \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{z}{r_0} \quad (3)$$

kde  $Q$  je vydatnost pramene (v případě, že se jedná o propad, je vydatnost  $Q$  záporná) a  $r_0$  je poloměr kružnice, která představuje čáru nulové hodnoty potenciálu rychlosti.

### 3.3 Dipól

Dipól se skládá ze zdroje a propadu stejné vydatnosti, jejichž vzdálenost se blíží k nule a mohutnost k nekonečnu. Komplexní potenciál dipólu je:

$$F(z) = \frac{M}{2\pi} \frac{1}{z}, \quad (4)$$

kde  $M = 2Qx_0$  je moment dipólu a  $2x_0$  je vzdálenost mezi zdrojem a propadem.

### 3.4 Potenciální vír

Komplexní potenciál potenciálního víru je:

$$F(z) = i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \frac{z}{r_0}, \quad (5)$$

kde  $r_0$  je poloměr kružnice, která představuje čáru nulové hodnoty proudové funkce, a  $\Gamma$  je cirkulace definovaná

$$\Gamma = \oint v_t ds = 2\pi r v_t = (2\pi r)^2 n. \quad (6)$$

Veličina  $v_t$  je rychlost částice v potenciálním víru, která je tečná ke kružnici o poloměru  $r$ . Střed kružnice leží ve středu víru.

### 3.5 Rotující válec

Složením paralelního proudu (2), dipólu (4) a potenciálního víru (5) vznikne proudové pole při obtékání rotujícího válce, který je umístěn v počátku souřadnicového systému ( $x, y$ ). Komplexní potenciál tohoto pole je následující:

$$F(z) = v_\infty z + \frac{M}{2\pi} \frac{1}{z} + i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \frac{z}{r_0}. \quad (7)$$

Výraz (7) lze dále upravit na tvar:

$$F(z) = v_\infty z + v_\infty \frac{r_0^2}{z} + i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \frac{z}{r_0}. \quad (8)$$

Po dosazení  $z = x + iy$  a rozdělení výrazu (8) na reálnou a imaginární část získáme rychlostní potenciál  $\Phi$  a proudovou funkci  $\Psi$ :

$$\Phi = \left(1 + \frac{r_0^2}{x^2 + y^2}\right) v_\infty x - \frac{\Gamma}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad (9)$$

$$\Psi = \left(1 - \frac{r_0^2}{x^2 + y^2}\right) v_\infty y + \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r_0}. \quad (10)$$

Veličina  $r_0$  udává (obdobně jako v případě potenciálního víru) poloměr kružnice, která představuje část čáry nulové hodnoty proudové funkce. Tato hodnota má také význam poloměru obtékaného válce.

Cirkulace ovlivňuje polohu náběhového a odtokového bodu na válci, tedy bodů, kde je tečná rychlost nulová. Tečnou rychlost získáme záporně vzatou derivací proudové funkce dle radiální souřadnice  $r$ . A z podmínky  $v_t(r_0) = 0$  obdržíme souřadnice stagnačních bodů (tedy bodu náběhového a odtokového). Tyto body jsou symetricky položené podle svislé osy obtékaného válce a jejich svislá souřadnice  $y_N$  je:

$$y_N = -\frac{\Gamma}{4\pi v_\infty}. \quad (11)$$

V případě, že je cirkulace  $\Gamma = 0$ , představují rovnice (9) a (10) popis proudového pole při obtékání stojícího válce a náběhový i odtokový bod leží na vodorovné ose  $x$ .

A naopak, je-li cirkulace  $\Gamma = 4\pi r_0 v_\infty$ , jedná se o mezní případ, kdy náběhový a odtokový bod splynou v jeden stagnační bod na povrchu, který leží na svislé ose. Pro vyšší hodnoty cirkulace se stagnační bod odtrhne od povrchu válce a leží mimo něj na svislé ose  $y$ . Pro tento případ lze opět z podmínky nulové tečné rychlosti (ale i nulové radiální rychlosti) získat výraz pro vzdálenost tohoto bodu na svislé ose od počátku:

$$y_N = \left| \frac{\Gamma}{4\pi v_\infty} \right| + \sqrt{\left( \frac{\Gamma}{4\pi v_\infty} \right)^2 - r_0^2}. \quad (12)$$

Při obtékání válce s potenciálním vírem vzniká vzlaková síla kolmá na rychlost přímočarého pohybu. Velikost této síly  $F_v$  udává známý Kutta-Žukovského vzorec:

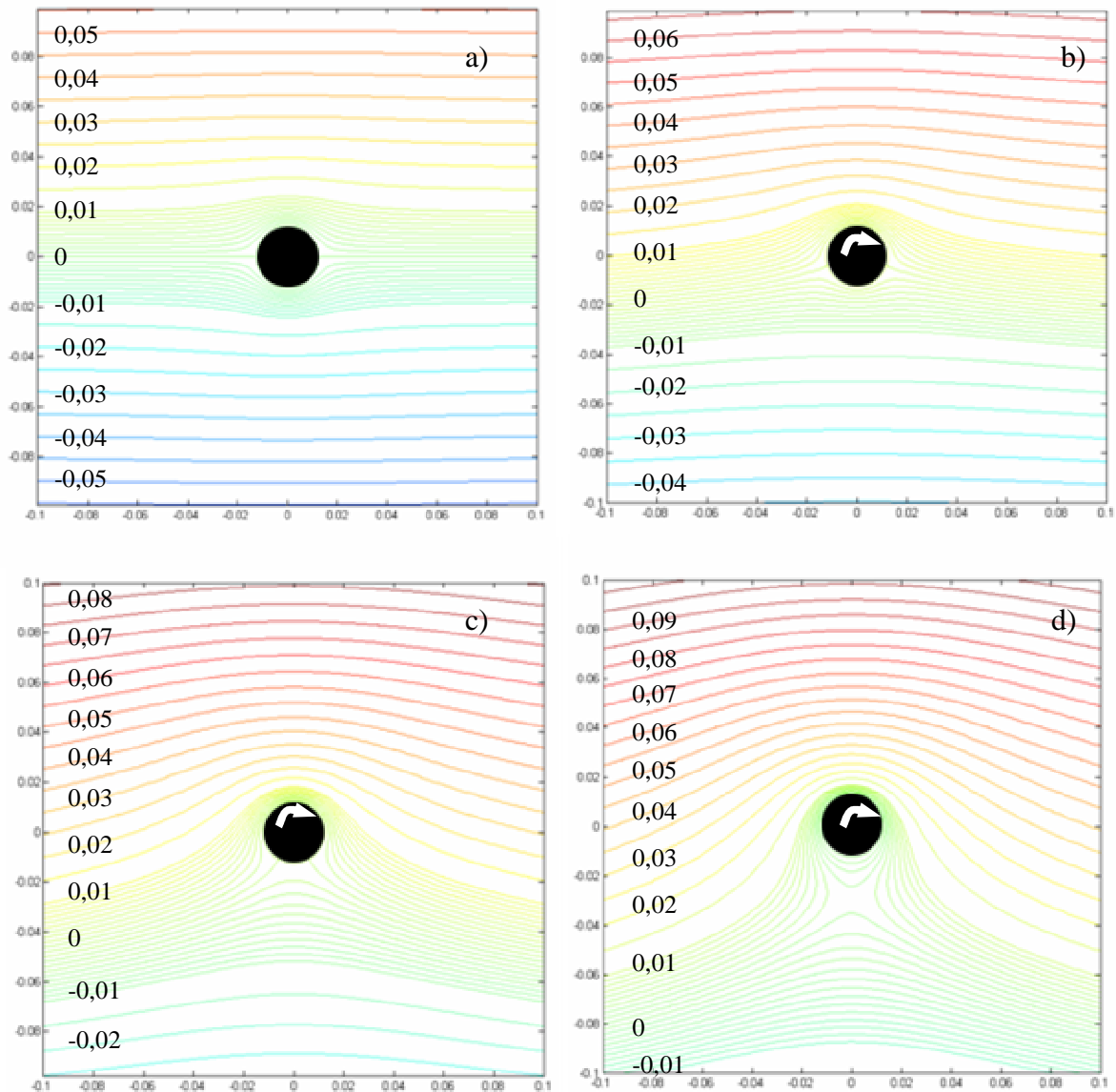
$$F_v = \rho v_\infty l \Gamma, \quad (13)$$

kde  $l$  je délka obtékaného válce.

V této práci byl proveden výpočet pro všechny případy z Tabulky 1. Válec byl při výpočtu umístěn do počátku souřadnicového systému. Nabíhající proud o rychlosti  $v_\infty$  jde ve směru vodorovné osy zleva doprava. Ve všech případech je zobrazena stejná část proudového pole, a sice čtverec o rozměrech:  $(-0,1;0,1) \times (-0,1;0,1)$  m.

Obrázek 1 ukazuje kontury proudové funkce  $\Psi$  (dle rovnice (10) pro případy 1 až 4 z Tabulky 1. Válec rotuje ve směru hodinových ručiček. V blízkosti válce je volen jemnější krok mezi jednotlivými konturami,  $\Delta\Psi = 0,001$ . Od kontury  $\Psi = 0,01$ , resp.  $\Psi = -0,01$ , je volen krok desetkrát větší,  $\Delta\Psi = 0,01$ . Obrázky ukazují a potvrzují již výše uvedené. U stojícího válce (Obr. 1a)) leží stagnační body na vodorovné ose. U válce rotujícího se oba body posouvají směrem dolů (Obr. 1b),c)). A konečně u válce, který rotuje s otáčkami většími, než jsou otáčky kritické, dochází k odtržení stagnačního bodu z povrchu válce a k jeho posunu dolů po svislé ose (Obr. 1d)). Kritické otáčky pro tento případ obtékání jsou  $n_{\text{crit}} = 14,3 \text{ s}^{-1}$  kritická cirkulace je  $\Gamma_{\text{crit}} = 0,0884 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Na Obr. 2 jsou zobrazena proudová pole pro případy 2 až 4 z Tabulky 1. Všechny parametry jsou tedy stejné, jako na Obr. 1b), c), d), ale v tomto případě válec rotuje v záporném smyslu, tedy proti směru hodinových ručiček. Tvary proudnic jsou tak oproti předchozím obrázkům pouze zrcadlově obrácené podle vodorovné osy. I pro umístění stagnačních bodů tady platí to, co bylo uvedeno u Obr. 1. Se zvyšujícími se otáčkami dochází k posunu bodů po povrchu



**Obr. 1.** Kontury proudové funkce  $\Psi$  při potenciálním obtékání rotujícího válce, rychlost proudu  $v_\infty = 0,563 \text{ m/s}$ .

Otáčky válce  $n$  a poloha stagnačního bodu  $y_N$ :

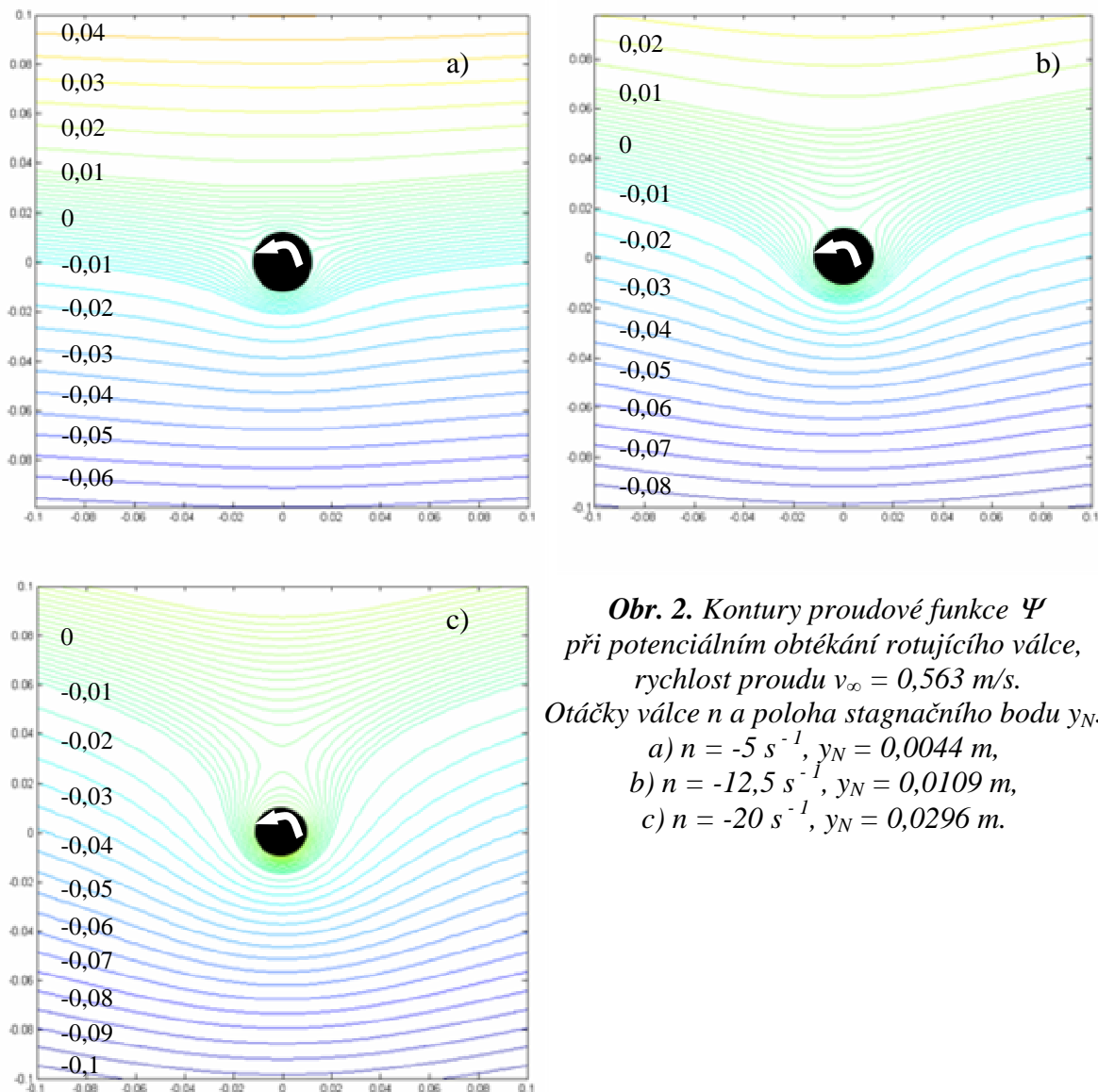
a)  $n = 0 \text{ s}^{-1}$ ,  $y_N = 0 \text{ m}$ , b)  $n = 5 \text{ s}^{-1}$ ,  $y_N = -0,0044 \text{ m}$ , c)  $n = 12,5 \text{ s}^{-1}$ ,  $y_N = -0,0109 \text{ m}$ , d)  $n = 20 \text{ s}^{-1}$ ,  $y_N = -0,0296 \text{ m}$ .

válce a dále k jejich odtržení. Zde se ovšem tento posun děje směrem nahoru, jak je vidět na Obr. 2.

Na Obr. 3 jsou vyneseny kontury proudové funkce pro případy 6 až 9 z Tabulky 1. Válec rotuje ve směru hodinových ručiček.

Obrázek 4 ukazuje obraz proudového pole pro případy 7 až 9 z Tabulky 1. Zde válec rotuje proti směru hodinových ručiček.

Tvary proudnic na Obr. 3 a 4 jsou obdobné jako na Obr. 1 a 2. Jediný rozdíl představuje vyšší rychlost nabíhajícího proudu, která má za následek hustší rozložení proudnic, než je tomu u Obr. 1 a 2 (viz rovnice (10)). Kritické otáčky jsou zde  $n_{\text{crit}} = 15,4 \text{ s}^{-1}$  kritická cirkulace je  $\Gamma_{\text{crit}} = 0,0952 \text{ m}^2/\text{s}$ .



**Obr. 2.** Kontury proudové funkce  $\Psi$  při potenciálním obtékání rotujícího válce, rychlost proudu  $v_\infty = 0,563 \text{ m/s}$ . Otáčky válce  $n$  a poloha stagnačního bodu  $y_N$ :

- a)  $n = -5 \text{ s}^{-1}$ ,  $y_N = 0,0044 \text{ m}$ ,
- b)  $n = -12,5 \text{ s}^{-1}$ ,  $y_N = 0,0109 \text{ m}$ ,
- c)  $n = -20 \text{ s}^{-1}$ ,  $y_N = 0,0296 \text{ m}$ .

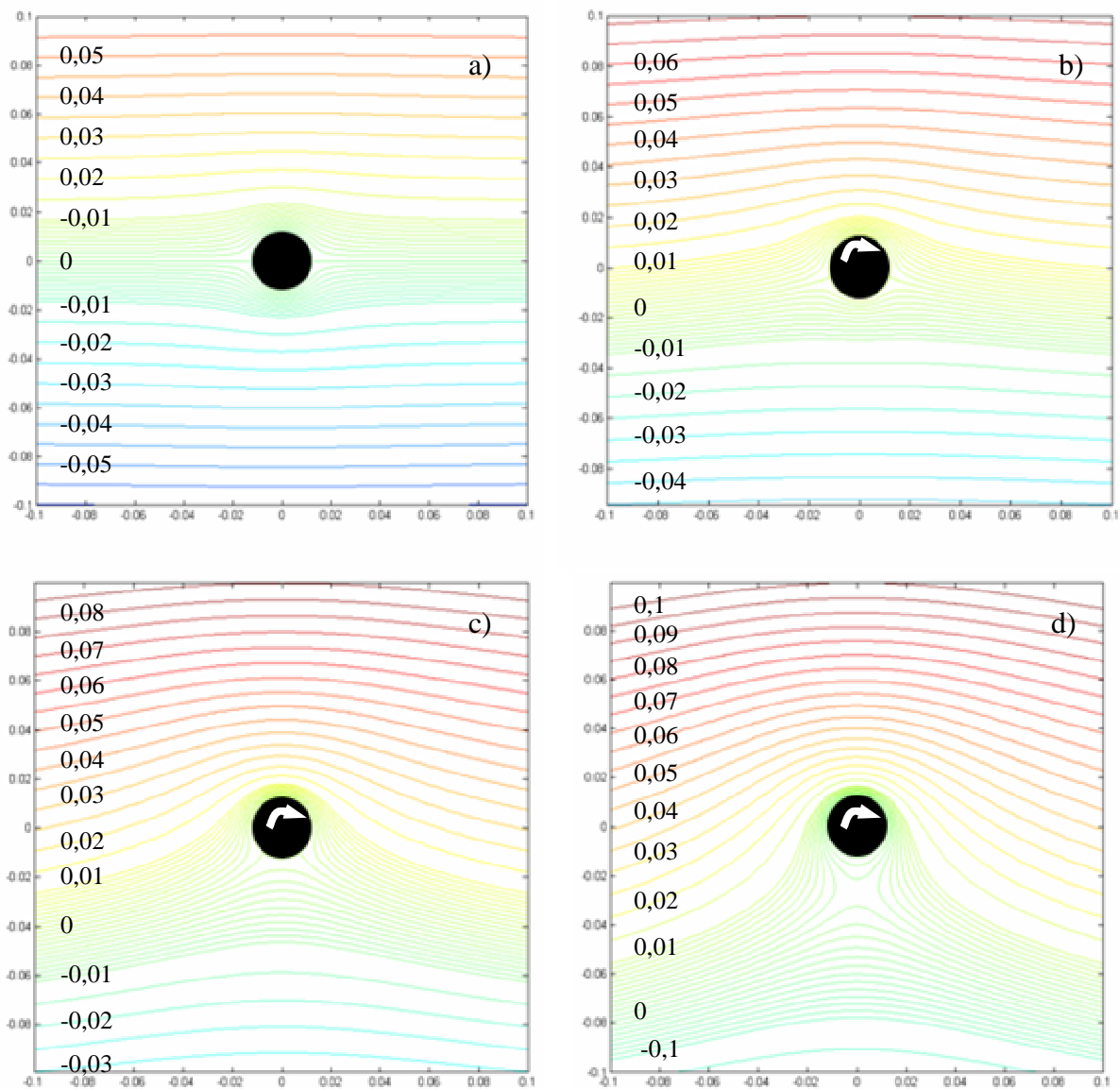
Obr. 5 ukazuje potenciální obtékání stojícího válce o průměru 3 mm, tedy případy 5 a 10 dle Tabulky 1. Oba obrázky se liší pouze rychlostí nabíhajícího proudu. Vyšší rychlost na Obr. 5b) vede k zhuštění zobrazených proudnic.

Pro všechny výše uvedené případy obtékání válce byl rovněž spočítán vztlak dle rovnice (13) s uvažovanou délkou válce  $l = 28 \text{ mm}$ . Výsledky jsou uvedeny v Tabulce 1. Největší hodnota vztlaku byla vypočítána pro případ č. 9, což je válec o průměru 25 mm, který rotuje s otáčkami  $20 \text{ s}^{-1}$  v proudu o rychlosti  $0,606 \text{ m/s}$ .

#### 4. Vizualizace proudového pole

Hlavní částí této práce jsou vizualizační experimenty skutečného případu obtékání. Největší odlišností od výše uvedených idealizací je vnitřní tření skutečné tekutiny, projevující se existencí její viskozity.

Následující vizualizace byly provedeny v malém vizualizačním tunelu s rozměry měřicího prostoru tunelu (výška x délka x hloubka) = (340 x 460 x 29) mm. Válec pro vizualizační experimenty měl průměr  $D = 25 \text{ mm}$  a délku  $l = 28 \text{ mm}$ . Jeho otáčení zajišťoval krokový motor s převodovkou.



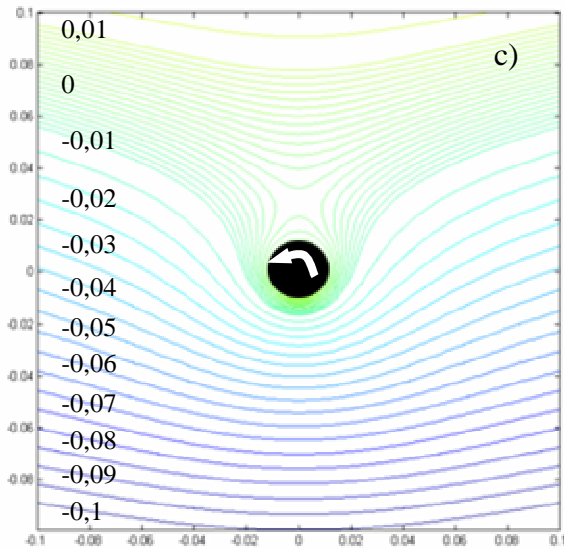
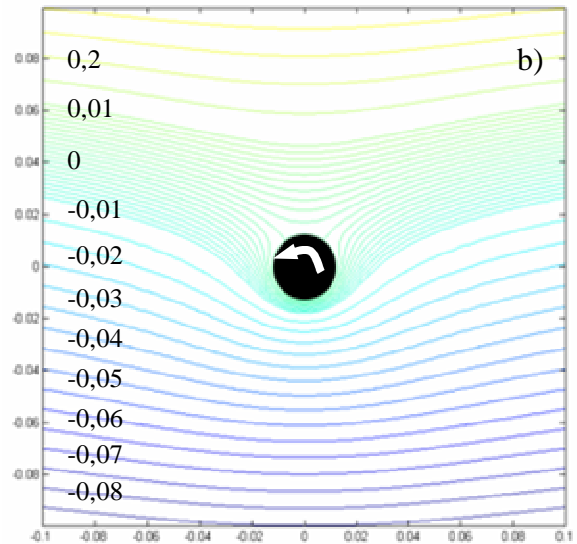
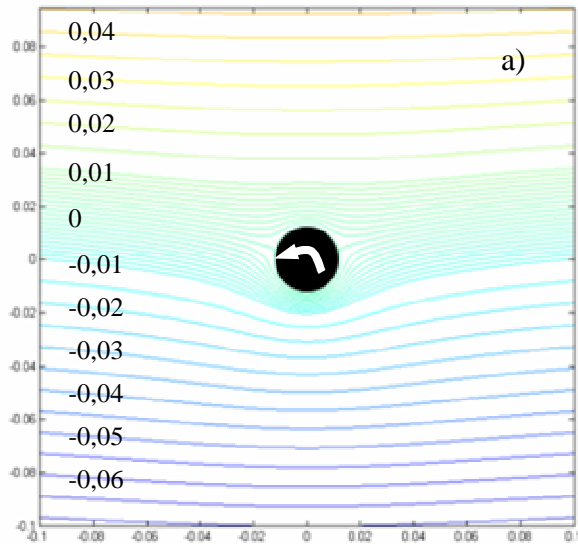
**Obr. 3.** Kontury proudové funkce  $\Psi$  při potenciálním obtékání rotujícího válce, rychlost proudu  $v_\infty = 0,606$  m/s.

Otáčky válce  $n$  a poloha stagnačního bodu  $y_N$ :

- a)  $n = 0$  s<sup>-1</sup>,  $y_N = 0$  m, b)  $n = 5$  s<sup>-1</sup>,  $y_N = -0,0041$  m, c)  $n = 12,5$  s<sup>-1</sup>,  $y_N = -0,0101$  m, d)  $n = 20$  s<sup>-1</sup>,  $y_N = -0,0265$  m.

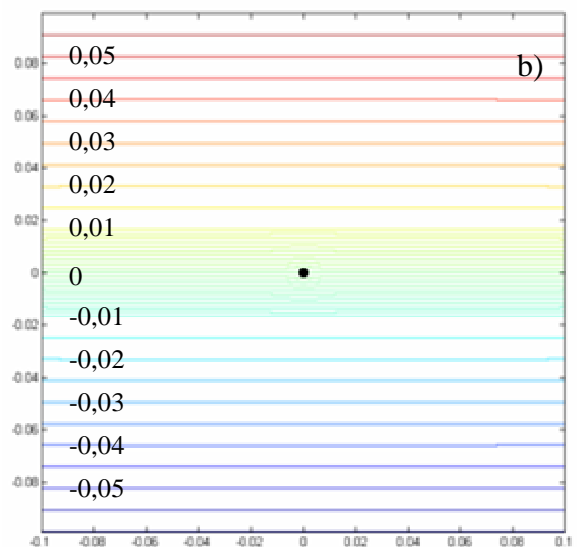
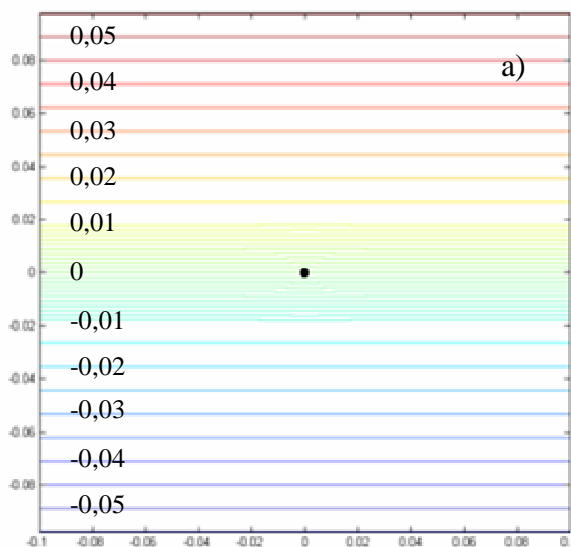
Vizualizace byla provedena pomocí vodní mlhy. Mlha byla vytvářena ultrazvukovým mlhovým generátorem Mini Nebler a dále přiváděna hadicí do vizualizačního tunelu, kde byla pomocí svisle umístěné trubice s otvory rovnoměrně rozváděna po celé výšce pracovního prostoru tunelu. Pracovní prostor tunelu byl osvětlen kontinuálním světlem. Zviditelněná proudová pole v tunelu byla fotografována fotoaparátlem Canon PowerShot G7, který byl umístěn ve vzdálenosti 0,7 m od čelní stěny tunelu. Doba expozice byla 1 s, tzn. Obr. 6 až 9 ukazují v čase střední obraz proudového pole, přesněji řečeno v čase střední emisní čáry (anglicky *streaklines*).

Jelikož rychlosti proudění jsou relativně malé (0,563-0,606) m/s, klesání kapek vodní mlhy způsobené gravitací je patrné jako mírné sklonění jejich dráhy (3° a 2° pro obě uvedené rychlosti). Fotografie v této práci jsou proto o uvedené úhly natočeny.



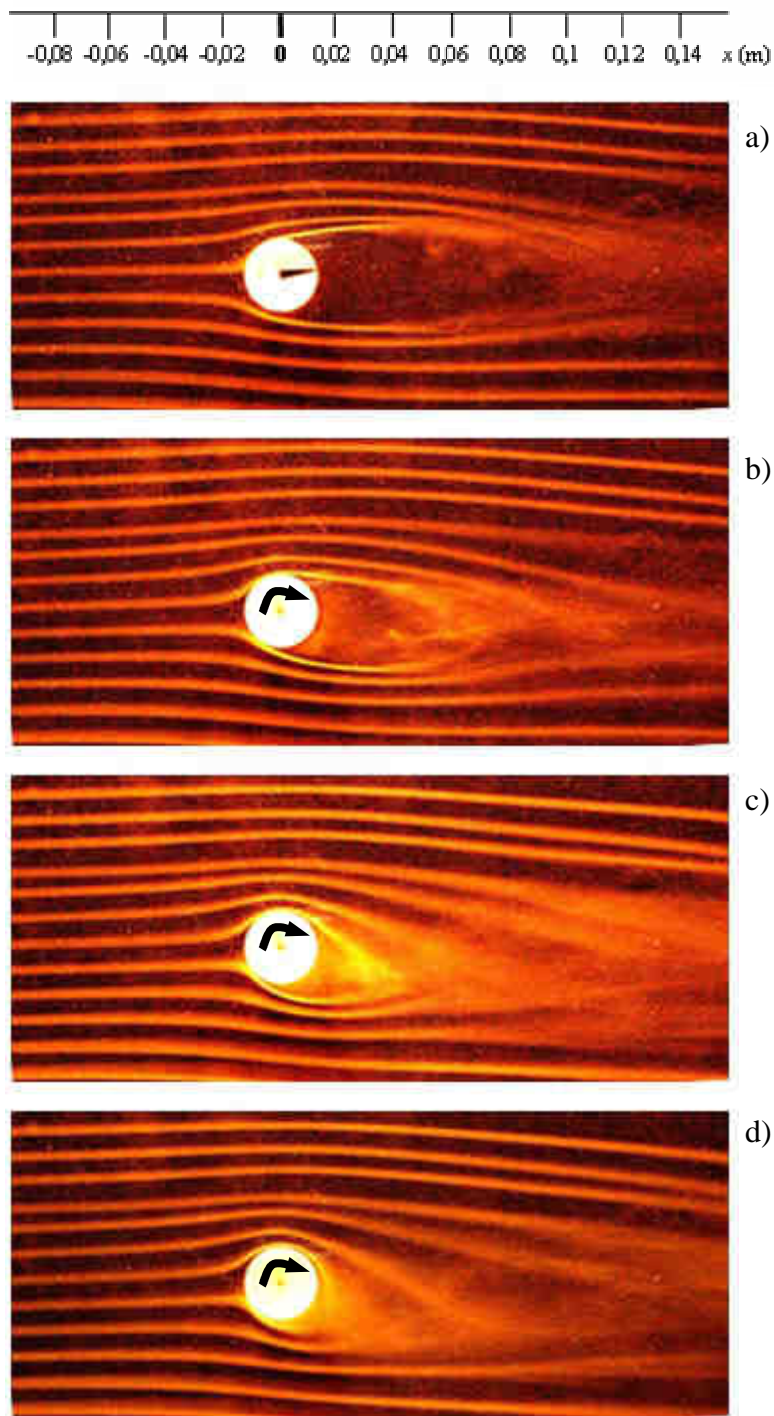
**Obr. 4.** Kontury proudové funkce  $\Psi$  při potenciálním obtékání rotujícího válce, rychlost proudu  $v_\infty = 0,606$  m/s. Otáčky válce  $n$  a poloha stagnačního bodu

- a)  $n = -5 \text{ s}^{-1}$ ,  $y_N = 0,0041$  m,  
 b)  $n = -12,5 \text{ s}^{-1}$ ,  $y_N = 0,0101$  m,  
 c)  $n = -20 \text{ s}^{-1}$ ,  $y_N = 0,0265$  m.



**Obr. 5.** Kontury proudové funkce  $\Psi$  při potenciálním obtékání stojícího válce, rychlost proudu:  
 a)  $v_\infty = 0,563$  m/s, b)  $v_\infty = 0,606$  m/s.





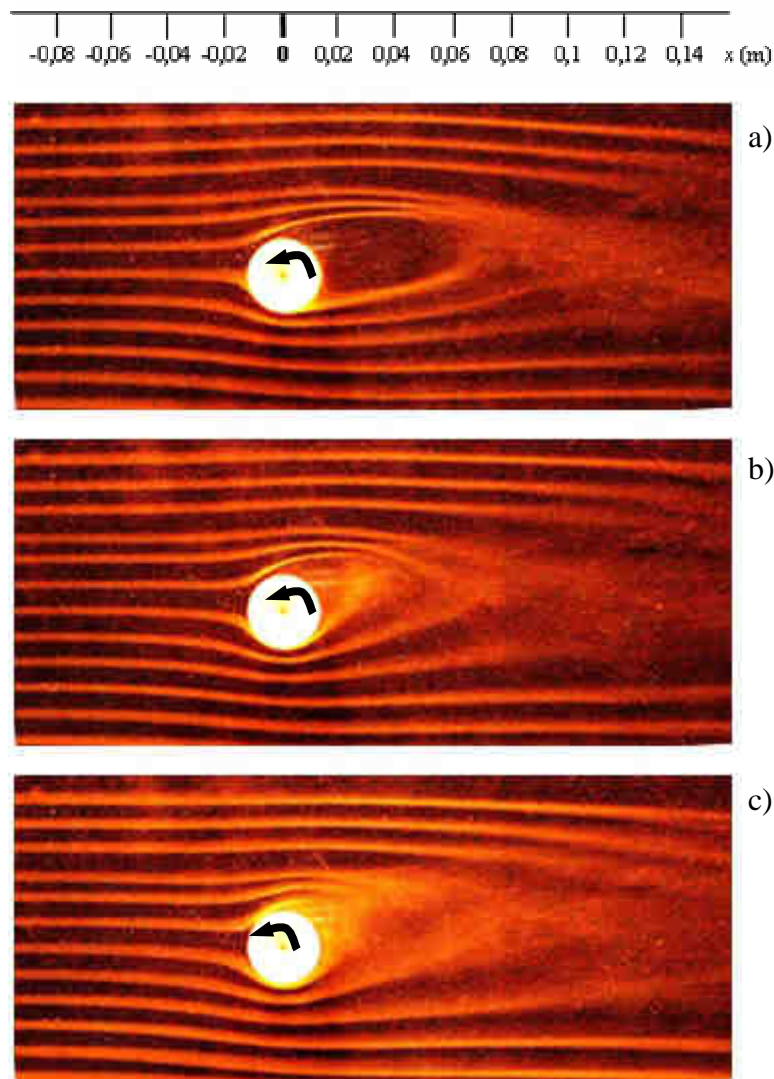
**Obr. 6.** Vizualizace obtékání rotujícího válce,  
 rychlost proudu  $v_\infty = 0,563 \text{ m/s}$ ,  $Re = 920$ .  
 Otáčky válce: a)  $n = 0 \text{ s}^{-1}$ , b)  $n = 5 \text{ s}^{-1}$ , c)  $n = 12,5 \text{ s}^{-1}$ , d)  $n = 20 \text{ s}^{-1}$ .

Obrázek 6 ukazuje vizualizaci případů 1 až 4 dle Tabulky 1. Válec se otáčí po směru hodinových ručiček, rychlost proudu je  $v_\infty = 0,563 \text{ m/s}$ . Na Obr. 6a) je vidět stojící válec. Obtékání je přibližně symetrické podél vodorovné osy válce. Je vidět, že nabíhající laminární proud se z povrchu válce odtrhává a přechází do turbulence. Obrázky 6b), c) a d) jsou fotografie obtékání válce rotujícího. Vlivem rotace se proud za válcem ohýbá směrem dolů. Také je vidět, že se zvyšujícími se otáčkami dochází k posunu bodu odtržení dále po povrchu válce.

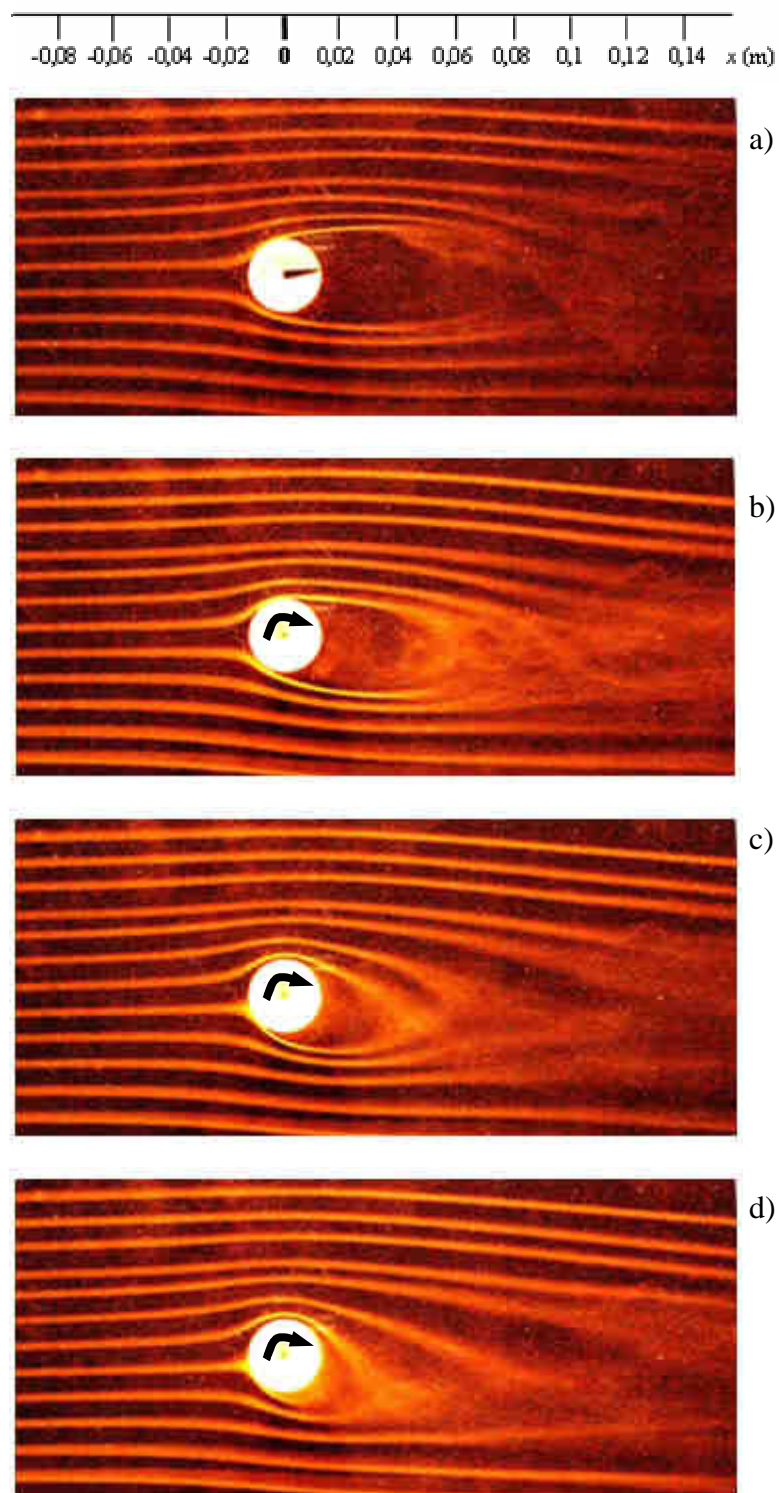
Při porovnání těchto vizualizací s výše uvedeným matematickým modelem (Obr. 1) je zřejmé, že potenciální proudění vzhledem ke svým zjednodušujícím předpokladům (nestlačitelná tekutina bez vnitřního tření) dává pouze přibližnou představu o vzhledu proudového pole při obtékání stojícího i rotujícího válce. Je vidět, že viskozita a s ní související jevy (jako je existence laminárního či turbulentního proudění) hraje při obtékání těles významnou roli.

Na Obr. 7 jsou ukázány vizualizace případů 2 až 4 z Tabulky 1. Válec se zde otáčí proti směru hodinových ručiček. vlivem rotace dochází k odklonu proudu za válcem směrem nahoru. Tento obrázek je možno porovnat s Obr. 2, tedy potenciálním prouděním. Platí zde to, co bylo již výše uvedeno o porovnání Obr. 6 a Obr. 1.

Obrázky 8 a 9 ukazují vizualizaci obtékání rotujícího válce při rychlosti nabíhajícího proudu  $v_\infty = 0,606$  m/s, tedy případy 6 až 9 dle Tabulky 1. Na Obr. 8 se válec otáčí po směru hodinových ručiček, na Obr. 9 proti směru hodinových ručiček. Při srovnání s vizualizací proudění s nižší rychlostí (tj. případy 1 až 4 dle Tabulky 1) lze zde za válcem vidět poněkud menší odklon proudu směrem dolů. Obrázky 8 a 9 je opět možno porovnat s potenciálním prouděním (Obr. 3 a 4). I zde samozřejmě platí to, co bylo již zmíněno u Obr. 6, tedy že viskozita má výrazný vliv na charakter proudění okolo obtékaného tělesa.



**Obr. 7.** Vizualizace obtékání rotujícího válce, rychlost proudu  $v_\infty = 0,563$  m/s,  $Re = 920$ . Otáčky válce: a)  $n = -5$  s<sup>-1</sup>, b)  $n = -12,5$  s<sup>-1</sup>, c)  $n = -20$  s<sup>-1</sup>.



**Obr. 8.** Vizualizace obtékání rotujícího válce,  
 rychlost proudu  $v_\infty = 0,606 \text{ m/s}$ ,  $Re = 990$ .  
 Otáčky válce: a)  $n = 0 \text{ s}^{-1}$ , b)  $n = 5 \text{ s}^{-1}$ , c)  $n = 12,5 \text{ s}^{-1}$ , d)  $n = 20 \text{ s}^{-1}$ .

Pro obtékání válce lze definovat Reynoldsovo číslo:

$$Re = \frac{v_\infty D}{\nu}, \quad (14)$$



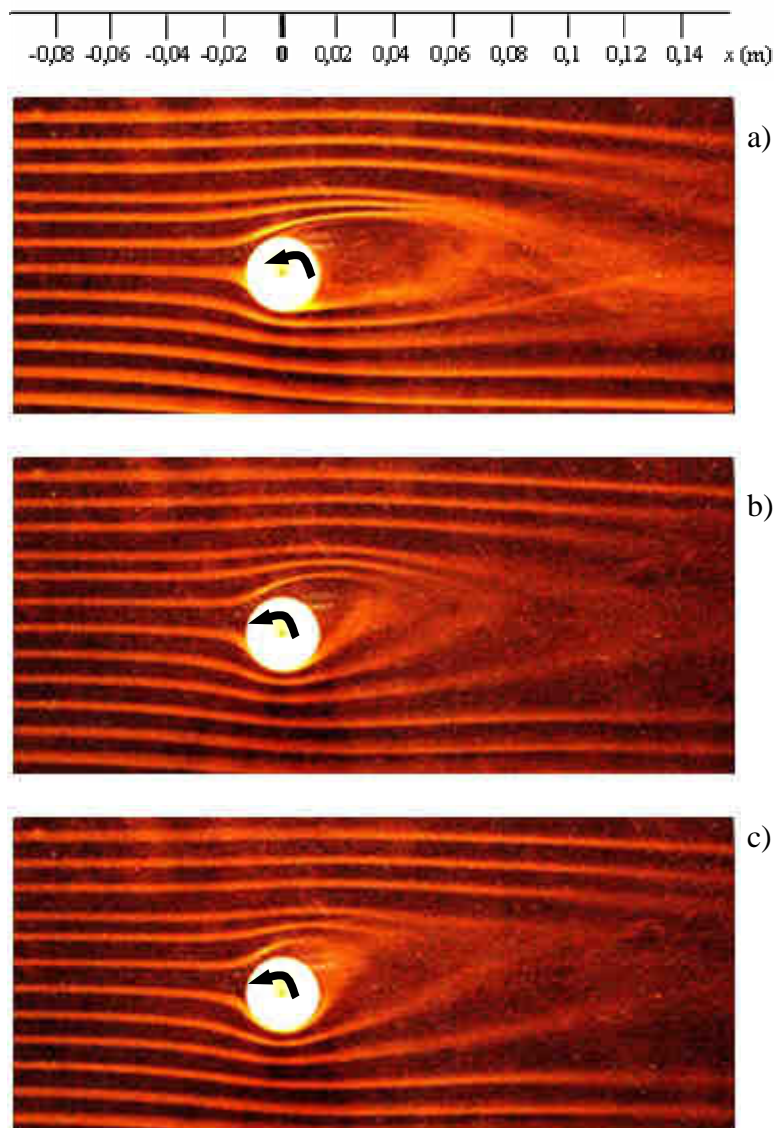
kde  $\nu$  je kinematická viskozita. Pro stavové veličiny experimentu (tlak 97700 Pa a teplota 19,6°C) byla kinematická viskozita  $\nu = 1,53 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Reynoldsovo číslo bylo vyhodnoceno následovně: pro rychlost  $v_\infty = 0,563 \text{ m/s}$  je  $Re = 920$  a pro  $v_\infty = 0,606 \text{ m/s}$  je  $Re = 990$ ; přitom obě rychlosti jsou vyhodnoceny v následující kapitole. Uvedené hodnoty  $Re = 920$  a  $990$  odpovídají režimu laminárního obtékání válce s přechodem do turbulence ve smykové vrstvě (viz Zdravkovich [1]).

V nedávné době se experimentálním výzkumem obtékání rotujícího válce zabývala např. Balcarová [4], ovšem pro podstatně nižší Reynoldsovo číslo,  $Re = 100$ .

Poznamenejme, že v této práci se zaměřujeme především na časově střední proudové pole a není zde řešena frekvence úplavu za rotujícím válcem; proto jsou odpovídající parametry případů č. 2÷4 a 7÷9 v Tab. 1 proškrtnuty.

V problematice obtékaných rotujících válců a koulí se také aplikuje bezrozměrné číslo  $s$ , které se někdy nazývá spinový koeficient Je definováno rovnicí:  $s = 2\pi n D / 2v_\infty$  [4].



**Obr. 9.** Vizualizace obtékání rotujícího válce, rychlost proudu  $v_\infty = 0,606 \text{ m/s}$ ,  $Re = 990$ . Otáčky válce: a)  $n = -5 \text{ s}^{-1}$ , b)  $n = -12,5 \text{ s}^{-1}$ , c)  $n = -20 \text{ s}^{-1}$ .

## 5. Měření frekvence Kármánovy vírové řady

Jak známo, laminární režim periodického odtrhávání vírů, neboli Kármánova vírová řada, existuje v rozsahu  $Re = (Re_C \text{ až } 180 \div 200)$ , kde  $Re_C$  je kritické Reynoldsovo číslo ( $Re_C = 40 \div 49$ , viz např. Zdravkovich [1]).

Bylo předpokládáno, že při použití válce vhodného průměru dojde při jeho obtékání ke vzniku Kármánovy vírové řady. Válec pro vizualizační experimenty měl průměr  $D = 3,0$  mm a délku  $l = 29$  mm. Při tomto experimentu byl pracovní prostor tunelu osvětlován stroboskopickým světlem (Cole Palmer 87002). Frekvence světla byla ručně měněna tak, aby souhlasila s frekvencí odtrhávání vírů za obtékáním válcem.

Tento experiment byl proveden pro dvě rychlosti proudu v tunelu, tj. pro případy 5 a 10 dle Tabulky 1. Obrázek 10 ukazuje vizualizaci případu 10 z Tabulky 1. Válec je umístěn vlevo nahoře. Zde je vyfotografován společně s válcem o průměru  $D = 25$  mm. Za menším válcem je vidět vytvořená periodická struktura. Za poznamenání stojí, že fotografie na Obr. 10 byla provedena s expozicí 1 s při osvětlení stroboskopem s frekvencí 34,9 Hz, tzn. jde o multiexpozici 34 snímků velmi dobře dokumentující periodicitu děje.

Pomocí stroboskopu byly pro případy 5 a 10 vyhodnoceny frekvence  $f_{\text{úplav}} = 31,8$  Hz a 34,9 Hz.

Ze zjištěných frekvencí je možno vyhodnotit rychlost proudění. Z literatury jsou známé vztahy mezi Reynoldsovým a Strouhalovým číslem. Strouhalovo číslo je definováno:

$$St = \frac{f_{\text{úplav}} D}{v_{\infty}}. \quad (15)$$

Vztahy  $Re - St$  se podle různých autorů mírně liší. Zde jsou uvedené některé z nich. Všechny lze přepsat do stejného tvaru:

$$St = C1 - \frac{C2}{\sqrt{Re}}, \quad (16)$$

kde  $C1$  a  $C2$  jsou konstanty.

Williamson a Brown [5] udávají

$$Re = (49 \div 180), C1 = 0,2665, C2 = 1,0175$$

$$Re = (230 \div 1200), C1 = 0,2234, C2 = 0,3490.$$

Fey, König a Ecklemann [6] udávají

$$Re = (47 \div 180), C1 = 0,2684, C2 = 1,0356$$

$$Re = (180 \div 230), C1 = 0,2437, C2 = 0,8607$$

$$Re = (230 \div 240), C1 = 0,4291, C2 = 3,6735$$

$$Re = (360 \div 1300), C1 = 0,2257, C2 = 0,4402.$$

Wang, Trávníček a Chia [7] udávají

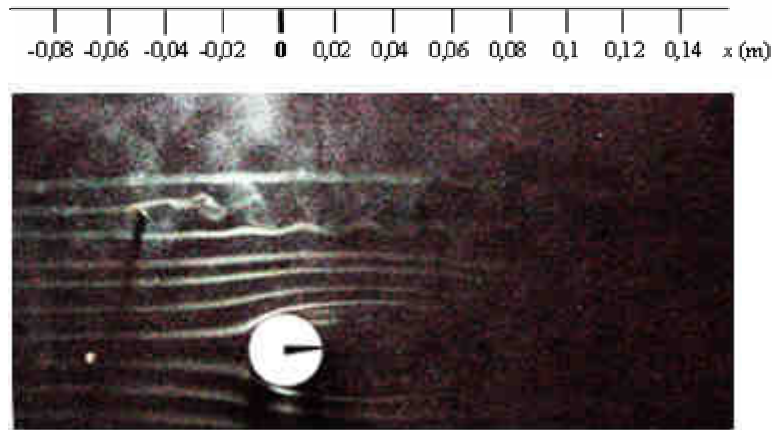
$$Re = (47 \div 180), C1 = 0,2660, C2 = 1,0160.$$

Tyto závislosti jsou také grafické formě vyneseny na Obr. 11.

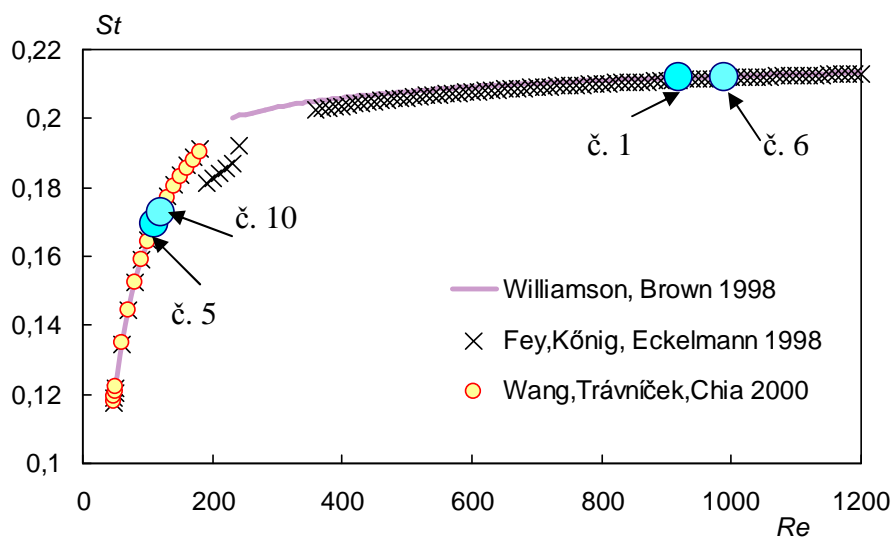
Po dosažení rovnic (14) a (15) do rovnice (16) a další úpravě získáme vztah pro rychlost proudu  $v_{\infty}$ . Na základě zjištěných frekvencí byly pro případ 5 a 10 z Tabulky 1 na základě vztahu Williamsona a Browna [5] pro  $Re = (49 \div 180)$  vyhodnoceny rychlosti  $v_{\infty} = 0,563$  m/s a

0,606 m/s a  $Re = 110$  a  $120$ . To odpovídá výše uvedenému předpokladu obtékání v režimu Kármánovy vírové řady, což opodstatňuje použití uvedené metody.

Body odpovídající experimentu č. 5 a 10 jsou společně s body odpovídajícími experimentům č. 1 a 6 z Tabulky 1 vyneseny v grafu na Obr. 11. Body 5 a 10 leží v oblasti existence Kármánovy vírové řady, body 1 a 6 leží v oblasti vyšších Reynoldsových čísel, jak bylo diskutováno dříve.



**Obr. 10.** Vizualizace obtékání válce v režimu Kármánovy vírové řady (multiexpozice 34 snímků), rychlost proudu  $v_\infty = 0,606$  m/s,  $Re = 120$ .



**Obr. 11.** Parametry provedených experimentů dle Tabulky 1 a závislosti  $St-Re$  dle literatury (rovnice (16)).

## 6. Závěr

Tato práce se zabývala vizualizací obtékání stojícího a rotujícího válce při  $Re = 920$  a  $990$ . Vizualizace byla provedena pomocí vodní mlhy v malém vizualizačním tunelu. Rovněž zde byl uveden matematický model proudového pole pomocí složení základních druhů potenciálního proudění. Bylo ukázáno, že viskozita má výrazný vliv na charakter proudění a že matematický model kvůli svým zjednodušujícím předpokladům nedokáže realitu plně postihnout.

Také zde bylo ukázáno obtékání válce v režimu Kármánovy vírové řady při  $Re = 110$  a  $120$ . Frekvence odtrhávaných vírů byla využita k vyhodnocení rychlosti nabíhajícího proudu ve vizualizačním tunelu.

*Tato práce vznikla při řešení projektů GA AV ČR (IAA200760801) a GA ČR (P101/11/J019).*

### Seznam symbolů

$f$	frekvence	[Hz]
$F(z)$	komplexní potenciál komplexní proměnné $z = x+iy$	$[m^2/s]$
$F_v$	vztlak	[N]
$l$	délka válce	[m]
$M$	moment dipólu	$[m^3/s]$
$n$	otáčky válce	$[s^{-1}]$
$Q$	vydatnost pramene nebo propadu	$[m^2/s]$
$r_0$	poloměr obtékaného válce	[m]
$v_\infty$	rychlost nabíhajícího proudu	[m/s]
$x$	vodorovná souřadnice	[m]
$y$	svislá souřadnice	[m]
$y_N$	poloha stagnačních bodů	[m]
$D$	průměr válce	[m]
$\Phi$	rychlostní potenciál	$[m^2/s]$
$\Psi$	proudová funkce	$[m^2/s]$
$\Gamma$	cirkulace	$[m^2/s]$
$\rho$	hustota	$[kg/m^3]$
$Re$	Reynoldsovo číslo dle rovnice (14)	[1]
$St$	Strouhalovo číslo dle rovnic (15) a (16)	[1]

### Seznam použité literatury

- [1] M.M. Zdravkovich, *Flow around Circular Cylinders*. Oxford University Press, 2003.
- [2] Z. Trávníček, F. Maršík, T. Vít, Z. Broučková, M. Pavelka, Lift forces on a Circular Cylinder in Cross Flow Resulting from Heat/Mass Transfer. In: 12th International Conference on Simulation and Experiments in Heat Transfer and their Applications, Split, Croatia, 27 - 29 June, 2012 (v přípravě).
- [3] J. Noskovieč, *Mechanika tekutin*. SNTL, 1987.
- [4] L. Balcarová, P. Šafařík, T. Hyhlík, C.C.C. Rindt, Experimental Investigation of Shedding Mode II in Circular Cylinder Wake. *Fluid mechanics and thermodynamics - Proceedings of Student' Work in the Year 2010/2011*, Eds.: J. Ježek, J. Nožička, J. Adamec, P. Šafařík, ČVUT, Praha, 2011, 5–21.
- [5] C.H.K. Williamson, G.L. Brown, A Series in  $(1/\sqrt{Re})$  to Represent the Strouhal–Reynolds Number Relationship of the Cylinder Wake. *Journal of Fluids and Structures*. 1998, vol. 12, no. f1980184, s. 1073-1085.
- [6] U. Fey, M. König, H. Eckelmann, A New Strouhal–Reynolds numer Relationship for the Circular Cylinder in the Range  $47 < Re < 2 \times 10^5$ . *Physics of Fluids*. 1998, vol. 10, no. 7, s. 1547-1549.
- [7] A-B. Wang, Z. Trávníček, K-C. Chia, On the Relationship of Effective Reynolds Number and Strouhal Number for the Laminar Vortex Shedding of a Heated Circular Cylinder. *Physics of Fluids*. 2000, vol. 12, no. 6, s. 1401-1410.