

# Návrh lisovaného spoje na nápravě hnacího dvojkolí elektrické lokomotivy a jeho pevnostní analýza

Bc. Jan Vrba<sup>1,\*</sup>, doc. Ing. Josef Kolář, CSc.<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> ČVUT v Praze, Fakulta strojní, Ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel, Technická 4, 166 07 Praha 6, Česká republika

## Abstrakt

Práce se zabývá rozbohem kvazistatického zatížení dvojkolí vysoce výkonných elektrických lokomotiv, návrhem vhodných parametrů lisovaného spoje náboje kola na nápravu dvojkolí se zahrnutím fyzikálních jevů, které nabývají důležitosti při vyšších rychlostech lokomotiv. Dále se práce věnuje analytickému výpočtu napjatosti v nápravě v místě lisovaného spoje a výsledky výpočtu jsou následně porovnány s výpočtem metodou konečných prvků.

*Klíčová slova:* kolejové vozidlo, elektrické lokomotivy, hnací dvojkolí, lisovaný spoj, analýza zatížení, MKP simulace

## 1. Úvod

Přestože základní princip železniční dopravy – valení dvojkolí po ocelové kolejnici zůstává od počátků železnice neměnný, musí čelit stále novým výzvám. Vzhledem k velkému rozvoji elektrotechniky, hlavně asynchronních motorů, používaných u kolejových vozidel v posledních desetiletích vyvstává požadavek na přenos výrazně vyšších výkonů při vyšších rychlostech a při zachování stávajících hmotností kolejového vozidla. S těmito novými požadavky se pojí také řada problémů, kdy například došlo k pootočení kola vůči nápravě na dvojkolí několika elektrických lokomotiv DB 145 (lokomotiva z rodiny Bombardier Traxx). Tato porucha lisovaného spoje způsobuje ztrátu v přenosu výkonu, respektive hnacího momentu a při ztrátě „tření“ v lisovaném spoji hrozí nebezpečí při jízdě v oblouku příčného posunutí kola, vlivem účinků vodící síly  $Y$ , které může způsobit změnu rozkolí hnacího dvojkolí a ve výjimečných případech hrozí až vykolejení lokomotivy.

Cílem práce je rozebrat namáhání hnacího dvojkolí a navrhnout takový lisovaný spoj náboje kola na nápravě hnacího dvojkolí elektrické lokomotivy, který bude brát v potaz fyzikální jevy, jako je například zvýšený vliv odstředivé síly, které dříve, kdy k přenosu maximální hnací síly při dosažení maximálního výkonu docházelo při nižších rychlostech, nehrály tak významnou roli. Po návrhu spoje si práce klade za cíl analytickou pevnostní kontrolu lisovaného spoje a pevnostní výpočet celého dvojkolí metodou konečných prvků [12], [14].

## 2. Rozbor kvazistatického namáhání hnacího dvojkolí

Hnací dvojkolí je při jízdě lokomotivy obloukem s nedostatkem či přebytkem stavebního převýšení namáháno silami, které mají neblahý vliv na jeho životnost, a proto je nutno tyto síly uvažovat při konstrukčním návrhu. Silovými účinky na hnací dvojkolí se zabývá norma ČSN EN 13104 [1]. Síly namáhající dvojkolí můžeme rozdělit dle způsobu jejich vzniku do třech kategorií: na síly vyvolané

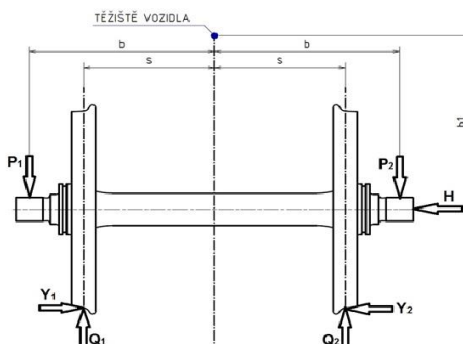
pohyblivými hmotnostmi, brzdícími silami a momenty a trakčními silami a momenty.

Pro názornost bude zaveden souřadnicový systém  $x, y, z$ , kdy osa  $x$  směřuje ve směru pohybu vozidla, osa  $y$  tvoří osu dvojkolí a osa  $z$  je na obě tyto osy kolmá.

### 2.1. Definice uvažované elektrické lokomotivy

Uvažovaná lokomotiva se svými parametry co nejvíce přibližuje moderním výkonným lokomotivám. Lokomotiva bude uvažována s koncepcí pojezdu Bo'Bo' (dva dvounápravové podvozky, kde každé dvojkolí je hnané vlastním trakčním asynchronním motorem). Přenos hnacího momentu z motoru na dvojkolí je realizován pomocí plně odpružené převodovky s čelním soukolím. Velké ozubené kolo je nalisováno na dutou výstupní hřídel převodovky, pohánějíci dutou kloubovou hřídel obepínající nápravu hnacího dvojkolí. Dutá kloubová hřídel má na jedné straně u převodovky kloub ve formě vícejoničkové spojky a na druhé straně u kola kloub ve formě sférické zubové spojky, upevněné šroubovým spojem na disk kola hnacího dvojkolí. Nevypruženou hmotu při tomto konstrukčním řešení tvoří pouze samotné dvojkolí, část zubové spojky a duté kloubové hřídele.

Důležité parametry dvojkolí jsou vyznačeny na obr. 1. a vyčísleny v tabulce 1.



Obr. 1. Síly působící na dvojkolí vlivem styku s kolejnicí

\* Kontakt na autora: vrba@fs.cvut.cz

## 2.2. Síly iniciované pohyblivými hmotnostmi

Síly iniciované pohyblivými hmotnostmi neboli síly vzniklé působením kontaktu kolo – kolejnice, působí v dráze definované rovině y-z a jejich velikosti jsou vypočteny dle výše zmíněné normy.

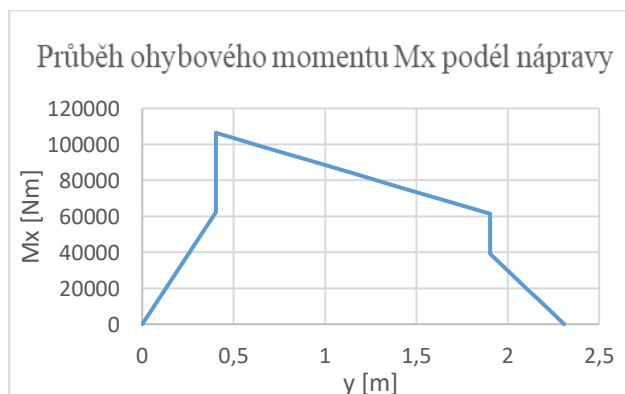
Tabulka 1. Normou definované parametry dvojkolí

| Označení rozměru | Význam                                    | Zadaná hodnota [mm] |
|------------------|---|---------------------|
| 2b               | Vzdálenost středů ložisek                 | 2308                |
| 2s               | Vzdálenost styčných kružnic               | 1500                |
| h1               | Výška těžiště lokomotivy nad osou nápravy | 1875                |
| R                | Poloměr kola                              | 625                 |

Tabulka 2. Síly iniciované pohyblivými hmotnostmi

| Označení síly | Význam síly  | Vypočtená hodnota [N] |
|---------------|--|-----------------------|
| $P_1$         | Síla působící na přitížený ložiskový čep nápravy               | 154 478               |
| $P_2$         | Síla působící na odlehčený ložiskový čep nápravy               | 97 223                |
| $Y_1$         | Vodící síla kolmá na osu kolejnice na přitíženém kole dvojkolí | 70 476                |
| $Y_2$         | Vodící síla kolmá na osu kolejnice na odlehčeném kole dvojkolí | 35 238                |
| $H$           | Výsledná příčná, rámová síla na dvojkolí                       | 35 238                |
| $Q_1$         | Síla svislého účinku koleje na přitíženém kole dvojkolí        | 184 581               |
| $Q_2$         | Síla svislého účinku koleje na odlehčeném kole dvojkolí        | 67 120                |

Tyto síly vytvářejí na nápravě ohybový moment  $M_x$ . Při znalosti velikosti sil působících na nápravu a potřebných rozměrů lze vypočítat maximum momentu a graficky zobrazit jeho průběh.



Obr. 2. Průběh ohybového momentu  $M_x$  po délce nápravy

Z grafu průběhu momentu  $M_x$  na obrázku 2 je patrné, že ohybový moment se v důsledku účinku vodící síly  $Y$  mění skokově v místech styčných kružnic, tedy v místě dotyku kola s kolejnicí, kde také na přitížené straně nápravy dosahuje maximální hodnoty ( $M_{x,max} = 106\,457$  Nm).

Vodící síla  $Y$  kolmá na osu kolejnice způsobuje v lisovaném spoji smykové napětí. Vzhledem k velikostem vodících sil  $Y_1$  a  $Y_2$ , je vidět, že větší napětí bude do lisovaného spoje vneseno na přitížené straně dvojkolí. Hodnotu smykového napětí  $\tau_s$  zapříčiněného vodorovnou vodící silou  $Y_1$  lze vypočítat jako:

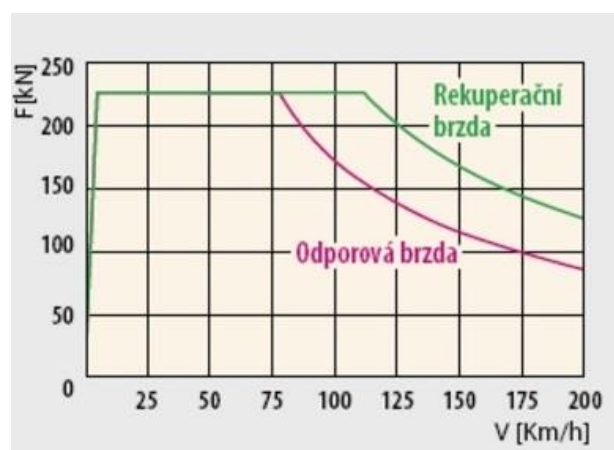
$$\tau_s = \frac{Y_1}{S_L} = \frac{Y_1}{\pi \cdot d_H \cdot L_L} = \frac{71\,850}{\pi \cdot 240 \cdot 191} = 0,5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (1)$$

Z vypočtené hodnoty je patrné, že velikost tohoto napětí je oproti ostatním napětím působícím v lisovaném spoji velmi malá a při dalších výpočtech  $\tau_s$  nebude uvažováno.

## 2.3. Vliv účinků brzdění

Brzdění hnacího dvojkolí elektrické lokomotivy může být prováděno několika odlišnými mechanizmy: elektromotorem (elektrodynamické, realizované jako brzdění rekuperační či odporové) nebo kotoučovými či špalíkovými brzdami (nouzové, záložní brzdy).

Vzhledem k danému konstrukčnímu řešení, kdy je brzdny výkon elektrodynamické brzdy přenášen pomocí dutého hřídele, dochází ke vzniku ohybového momentu vlivem kotoučových a špalíkových brzd, umístěných pouze na jedné straně jízdní plochy kola při použití nouzové brzdy. S přihlédnutím k tomu, že tyto brzdy jsou brzdy záložní, nebude ohybový moment od brzdění záložními brzdami dále uvažován. Hodnota brzdného výkonu u rekuperačního brzdění bývá u elektrických lokomotiv vyšší než trakční výkon, jelikož motor může být krátkodobě přetěžován. Brzdny výkon lze vypočítat z hodnot odečtených z brzdny charakteristiky lokomotivy.



Obr. 3. Brzdová charakteristika [9]

Z diagramu na obrázku 3 je patrné, že maximálního brzdného výkonu bude dosaženo při brzdny síle  $F_{bc} = 226$  kN a při rychlosti lokomotivy  $v = 110$  km/hod. Z těchto odečtených hodnot lze vypočítat brzdny výkon

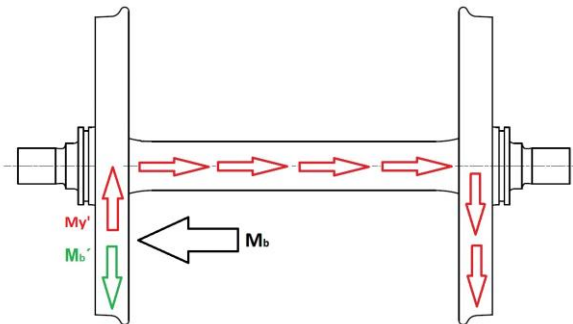
lokomotivy, potažmo po vydělení počtem dvojkolím výkon přenášený jedním dvojkolím a dále brzdný moment.

$$P_{bc} = F_{bc} \cdot v = 226 \cdot 10^3 \cdot 30,56 = 6,9 \text{ MW} \quad (2)$$

$$F_b = \frac{F_{bc}}{4} = 56,5 \text{ kN} \quad (3)$$

$$M_B = F_b \cdot R = 56,5 \cdot 10^3 \cdot 0,625 = 35\,313 \text{ Nm} \quad (4)$$

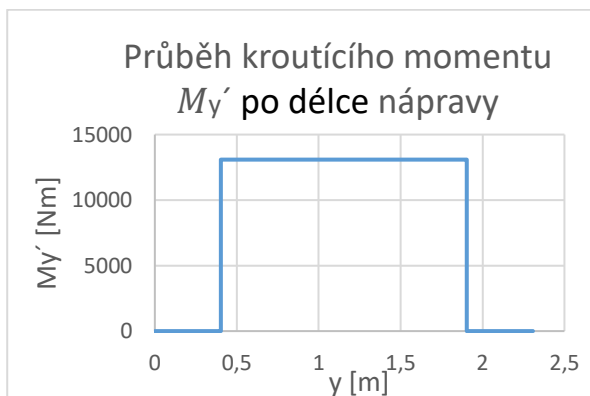
Část tohoto momentu, označeného jako  $M'_y$ , je přenášena nápravou na druhé kolo a způsobuje krut nápravy. Zbylá část brzdného momentu  $M_b$  zůstává na přitíženém kole a vykonává samotné brzdění kola. Tento moment je na obrázku 4 označen jako  $M_b'$ .



Obr. 4. Tok brzdného momentu dvojkolím

Pro získání krouticího momentu  $M'_y$ , procházejícího nápravou, je nutno celkový krouticí moment  $M_b$  vynásobit poměrem sil  $P_2$  a  $P_1$ .

$$M'_y = M_b \cdot \left(1 - \frac{P_2}{P_1}\right) = 35\,313 \cdot \left(1 - \frac{97\,223}{154\,478}\right) = 13\,088 \text{ Nm} \quad (5)$$



Obr. 5. Průběh krouticího momentu  $M'_y$  po délce nápravy

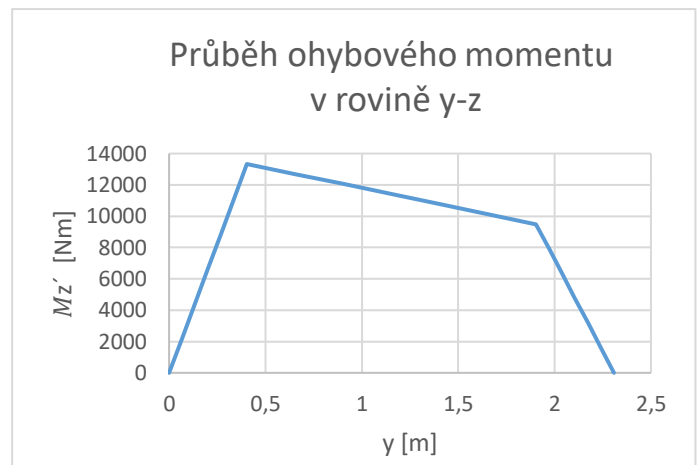
Z momentu  $M_b'$  a momentu  $M'_y$  lze vypočítat velikosti brzdných sil na přitíženém ( $F_{b1}$ ) respektive odlehčeném ( $F_{b2}$ ) kole. Tyto síly v součtu dají výslednou maximální brzdnu sílu na dvojkolím  $F_b = 56,5 \text{ kN}$ .

$$M_b' = M_B - M'_y = 35\,313 - 13\,088 = 22\,225 \text{ Nm} \quad (6)$$

$$F_{b1} = \frac{M_b'}{R} = \frac{22\,225}{0,625} = 35\,560 \text{ N} \quad (7)$$

$$F_{b2} = \frac{M_y'}{R} = \frac{13\,088}{0,625} = 20\,941 \text{ N} \quad (8)$$

Náprava je vlivem brzdění namáhána také ohybovým momentem  $M'_z$  působícím ve svislé rovině nápravy y-z. Tento ohybový moment je dán velikostí brzdných sil  $F_{b1}$  a  $F_{b2}$ . Průběh momentu  $M'_z$  nápravou je naznačen na obrázku 6. Z tohoto obrázku je patrné, že nejvyšší hodnoty  $M'_{z,max}$  dosahuje moment  $M'_z$  v místě dotyku přitíženého kola s kolejnicí.



Obr. 6. Průběh ohybového momentu v rovině y-z

$$M'_{z,max} = R_1 \cdot (b - s) = 33\,001 \cdot (1,154 - 0,75) = 13\,332 \text{ Nm} \quad (9)$$

kde  $R_1$  je reakce v ložisku na přitížené straně dvojkolím:

$$R_1 = \frac{F_{b1} \cdot (b + s) + F_{b2} \cdot (b - s)}{2b}$$

$$R_1 = \frac{35\,560 \cdot (1,154 - 0,75) + 20\,941 \cdot (1,154 - 0,75)}{2 \cdot 1,154} = 33\,001 \text{ N} \quad (10)$$

Vzhledem k zadanému maximálnímu nápravovému zatížení  $A = 220 \text{ kN}$  je třeba ověřit, zda při uplatnění maximálního brzdného výkonu nedojde ke smyku kola po kolejnici. Součinem součinitele maximální adheze  $\mu = 0,32$  a maximálním nápravovým zatížením dostaneme hraniční hodnotu brzdné síly, při jejímž překročení dojde ke smyku kola po kolejnici.

$$F_{b,max} = A \cdot \mu = 220\,000 \cdot 0,32 = 70\,400 \text{ N} \quad (11)$$

Hodnota síly  $F_{b,max}$  je vyšší než hodnota maximální brzdné síly na dvojkolím, a tudíž ke smyku kola nedojde.

## 2.4. Vliv účinků pohonu

Za předpokladu, že brzdění a pohon vozidla nepůsobí současně, lze uvažovat pro výpočet výsledného momentu pouze větší ze vzniklých zatížení. Jak uvádí norma ČSN EN 13104, na základě výpočtů i zkušeností se ukázalo, že složky momentu vzniklé vlivem pohonu jsou obvykle menší než složky vzniklé vlivem brzdění a pro dimenzování nápravy je tedy nutné uvažovat režim brzdění.

## 2.5. Výpočet redukovaného momentu

Výsledný redukovaný moment je vektorovým součtem momentů, vzniklých součtem různých složek momentů od pohyblivých hmotností, pohonu či brzdění:

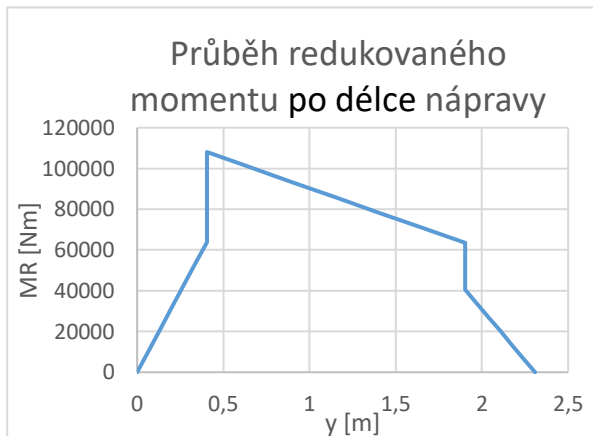
$$MX = M_{x_{max}} + \sum M'_X = 106\,457 + 0 = 106\,457 \text{ Nm} \quad (12)$$

$$MY = \sum M'_Y = 13\,088 \text{ Nm} \quad (13)$$

$$MZ = \sum M'_Z = 13\,332 \text{ Nm} \quad (14)$$

$$MR = \sqrt{MX^2 + MY^2 + MZ^2}$$

$$MR = 108\,084 \text{ Nm} \quad (15)$$



Obr. 7. Průběh redukovaného momentu podél nápravy

## 2.6. Výpočet výsledných napětí v nápravě

Maximální hodnotu normálového napětí, vyvolaného ohybovými momenty  $MX$  a  $MZ$ , lze spočítat jako poměr vektorového součtu maxim momentů  $MX$  a  $MZ$  ku průřezovému modulu v ohybu  $W_o$  upraveného do tvaru pro nápravu s vývrtem.

$$\sigma_n = \frac{32 \cdot \sqrt{MX^2 + MZ^2}}{\pi \cdot d_H^3 \cdot \left(1 - \left(\frac{d_v}{d_H}\right)^4\right)} \quad (16)$$

$$\sigma_n = \frac{32 \cdot \sqrt{106\,457^2 + 13\,332^2} \cdot 10^3}{\pi \cdot 240^3 \cdot \left(1 - \left(\frac{75}{240}\right)^4\right)} = 79,81 \text{ MPa} \quad (17)$$

Hodnota torzního napětí je rovna poměru kroutícího momentu  $MY$  a průřezového modulu v krutu  $W_k$ . Pro nápravu kruhového průřezu s vývrtem vypočteme hodnotu maximálního torzního napětí jako:

$$\tau_k = \frac{16 \cdot MY}{\pi \cdot d_H^3 \cdot \left(1 - \left(\frac{d_v}{d_H}\right)^4\right)} = \frac{16 \cdot 13\,088 \cdot 10^3}{\pi \cdot 240^3 \cdot \left(1 - \left(\frac{75}{240}\right)^4\right)}$$

$$\tau_k = 4,87 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (18)$$

[1], [6], [8]

## 3. Návrh lisovaného spoje

Pro zajištění správné funkce hnacího dvojkolí je třeba zajistit co nejdokonalejší přenos hnacího a brzdného momentu z kola na nápravu a z nápravy na druhé kolo dvojkolí. Toho se docílí nalisováním kol na sedlo nápravy s dostatečným přesahem, který zamezí protočení kola na nápravě. Lisování probíhá za studena (lisování podélné), tedy za běžné okolní teploty, kdy je náboj mechanickým násilím nalisován na sedlo nápravy. Druhou možností technologie výroby lisovaného spoje je lisování náboje na nápravu za tepla (lisování příčné), kdy je náboj kola ohřát (dochází k dilataci rozměrů kola) nebo může být použita kombinace ohřátí kola a ochlazení nápravy. Teplotní změnou se dosáhne vůle uložení mezi kolem a nápravou a náboj kola může být na sedlo nápravy nenásilně nasunut.

Nevýhodou lisování za studena je částečné stržení povrchových nerovností, a tím tedy zmenšení původního přesahu. U nalisování za tepla zase hrozí teplotní ovlivnění materiálu a po lisování je potřeba provést zkoušku protitlakem.

Při lisování kol na nápravu železničního dvojkolí se doporučuje použití lisování za studena a toto doporučení bude při návrhu vhodného uložení respektováno.

### 3.1. Určení minimálního tlaku v lisovaném spoji

Pro stanovení minimálního potřebného tlaku v lisovaném spoji je potřeba určit součinitel bezpečnosti přenosu točivého momentu  $k$  a součinitel tření mezi kolem a nápravou  $f$ . Součinitel tření výrazně ovlivňuje únosnost lisovaného spoje a je ovlivněn zejména použitými materiály, typem lisování (příčné nebo podélné) a použitím maziva. Pro tuto práci bude uvažováno  $k=1,5$  a  $f=0,12$ , tyto hodnoty lze považovat spíše na straně bezpečnosti.

Výpočet minimálního potřebného tlaku v lisovaném spoji bude proveden pro dva jízdní režimy ( $p_{min1}$  a  $p_{min2}$ ) – body na brzdě charakteristice (obr.3).

Prvním jízdním režimem pro výpočet bude jízda lokomotivy maximální „adhezní“ rychlostí, při které stále působí maximální brzděná síla a lisovaným spojem je přenášen moment  $M'_y$  ( $v = 110 \text{ km/hod}$ ). Jelikož odstředivá síla roste s druhým kvadrátem rychlosti, bude druhým kontrolovaným režimem jízda při maximální „provozní“ rychlosti lokomotivy avšak za působení menší brzděné síly a přenášeného momentu  $M'_{y2}$ , spočteného analogicky jako moment  $M'_y$  v sekci 1.3. ( $v = 200 \text{ km/hod}$ ,  $M'_{y2} = 7213 \text{ N} \cdot \text{m}$ ).

Výchozím bude vztah mezi normálovou silou, působící kolmo na osu nápravy, a tečnou silou, působící tečně k nápravě.

$$F_T = F_N \cdot f \quad (19)$$

Přenášený moment navýšený o bezpečnost musí být přenesen třecí silou působící v lisovaném spoji. Normálová síla je rovna součinu plochy povrchu spoje a minimálního tlaku ve spoji, potřebného k přenesení točivého momentu.  $L_L = 191 \text{ mm}$  je funkční délka lisovaného spoje.

$$M'_y \cdot k \leq F_T \cdot r_H = F_N \cdot f \cdot r_H = p_{\min} \cdot \pi \cdot d_H \cdot L_L \cdot f \cdot r_H \quad (20)$$

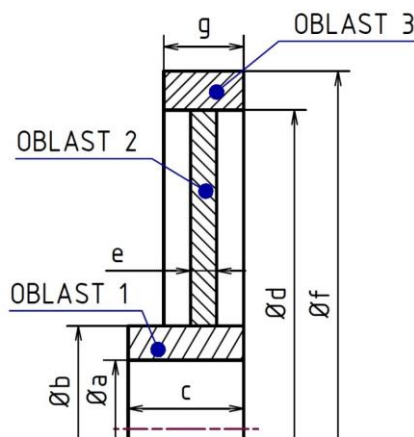
$$p_{\min}^* = \frac{k \cdot M'_y}{\pi \cdot d_H \cdot L_L \cdot f \cdot r_H} \quad (21)$$

$$p_{\min 1}^* = \frac{1,5 \cdot 13\,088 \cdot 10^3}{\pi \cdot 240 \cdot 191 \cdot 0,12 \cdot 120} = 9,47 \text{ MPa} \quad (22)$$

$$p_{\min 2}^* = \frac{1,5 \cdot 7\,213 \cdot 10^3}{\pi \cdot 240 \cdot 191 \cdot 0,12 \cdot 120} = 5,22 \text{ MPa} \quad (23)$$

### 3.2. Ztráta tlaku v lisovaném spoji vlivem odstředivé síly

Při jízdě lokomotivy dochází v lisovaném spoji kola a nápravy vlivem odstředivé síly  $F_O$  k poklesu tlaku. S tímto poklesem nutno počítat při návrhu uložení kola na sedlo nápravy. Při výpočtu ztráty tlaku bude provedeno několik zjednodušujících předpokladů, které umožní dojít klasickou početní metodou k výsledné hodnotě poklesu tlaku. Výpočet bude proveden pro zjednodušenou geometrii kola, kolo tedy bude rozděleno do tří částí dle obrázku 8. Dále bude předpokládáno rovnoměrné rozložení tlaku v lisovaném spoji a zanedbatelný vliv působení odstředivé síly na nápravu. Tabulka 4 uvádí rozměry parametrů použité v obrázku 13 a tabulka 5 pak uvádí hmotnosti jednotlivých částí kola. Výpočet je uvažován pro materiál kola jakosti R9T s hustotou  $\rho = 7850 \text{ kg m}^{-3}$ .



Obr. 8. Zjednodušená geometrie kola pro výpočet

Při znalosti rozměrů pro jednotlivé části kola (tabulka 3) a hustoty materiálu, ze kterého je kolo vyrobeno, lze spočítat hodnoty hmotnosti jednotlivých částí kola.

Tabulka 3. Hodnoty parametrů zjednodušeného modelu

| parametr | hodnota [mm] |
|----------|--------------|
| a        | 240          |
| b        | 360          |
| c        | 202          |
| d        | 1114         |
| e        | 45           |
| f        | 1250         |
| g        | 140          |

$$m_{oi} = \rho \cdot V_i \quad (24)$$

$$i = 1,2,3 \quad (25)$$

$$F_O = \left(\frac{v}{R}\right)^2 \cdot \left(m_{o1} \cdot \left(\frac{b-a}{2} + a\right) + m_{o2} \cdot \left(\frac{d-b}{2} + b\right) + m_{o3} \cdot \left(\frac{f-d}{2} + d\right)\right) \quad (26)$$

$$F_{O1} = \left(\frac{110}{3,6 \cdot 0,625}\right)^2 \cdot (90 \cdot 0,3 + 308 \cdot 0,737 + 278 \cdot 1,182) = 1392,5 \text{ kN} \quad (27)$$

$$F_{O2} = \left(\frac{200}{3,6 \cdot 0,625}\right)^2 \cdot (90 \cdot 0,3 + 308 \cdot 0,737 + 278 \cdot 1,182) = 4\,600 \text{ kN} \quad (28)$$

$$p_o = \frac{F_O}{S} = \frac{F_O}{\pi \cdot d_H \cdot L_L} \quad (29)$$

$$p_{o1} = \frac{1\,392\,500}{\pi \cdot 0,24 \cdot 0,191} = 9,66 \text{ MPa} \quad (30)$$

$$p_{o2} = \frac{4\,600\,000}{\pi \cdot 0,24 \cdot 0,191} = 31,94 \text{ MPa} \quad (31)$$

Tento vypočítaný úbytek tlaku vlivem odstředivé síly při rychlosti  $v = 110 \text{ km/hod}$ , respektive  $v = 200 \text{ km/hod}$ , je nutno připočíst k již dříve vypočtenému minimálnímu tlaku v lisovaném spoji.

$$p_{\min} = p_o + p_{\min}^* \quad (32)$$

$$p_{\min 1} = 9,66 + 9,47 = 19,13 \text{ MPa} \quad (33)$$

$$p_{\min 2} = 5,22 + 31,94 = 37,16 \text{ MPa} \quad (34)$$

Z tohoto výpočtu jasně plyne, že při návrhu lisovaného spoje hraje odstředivá síla výrazně vyšší roli než velikost přenášeného momentu a pro návrh uložení bude uvažována jízda lokomotivy maximální rychlostí.

### 3.3. Určení minimálního přesahu a návrh uložení

Pro určení minimálního přesahu je třeba určit materiálové a geometrické konstanty. Materiálové konstanty potřebné pro další výpočet jsou moduly pružnosti v tlaku a Poissonova čísla pro materiály kola a náboje. Vzhledem k tomu, že náprava i kola jsou vyrobeny z oceli (náprava z materiálu EA4T a kolo z materiálu R9T), hodnoty těchto konstant jsou stejné:

$$E_N = E_H = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa} \quad (35)$$

$$\mu_N = \mu_H = 0,33 \quad (36)$$

Geometrické konstanty jsou vypočteny následovně:

$$G_N = \frac{d_N^2 + d_H^2}{d_N^2 - d_H^2} = \frac{0,36^2 + 0,24^2}{0,36^2 - 0,24^2} = 2,6 \quad (37)$$

$$G_H = \frac{d_H^2 + d_v^2}{d_H^2 - d_v^2} = \frac{0,24^2 + 0,075^2}{0,24^2 - 0,075^2} = 1,22 \quad (38)$$

Se znalostí výše určených konstant lze dopočíst minimální hodnotu přesahu pro přenesení požadovaného točivého momentu. Pro lisování za studena je k minimálnímu přesahu připočíst hodnotu přesahu  $w$ , který se strhne při

samotném lisování. Tato hodnota odpovídá zhruba 60% výšky nerovnoměrnosti profilu Rz. Hodnota strženého přesahu při lisování  $w$  bude určena s ohledem na doporučené hodnoty středních aritmetických úchylek pro daný průměr sedla a náboje.

$$w = 1,2 \cdot (Rz^H + Rz^N) = 5,5 \cdot (Ra^H + Ra^N)$$

$$w = 5,5 \cdot (1,6 + 1,6) = 17,6 \mu\text{m} \quad (39)$$

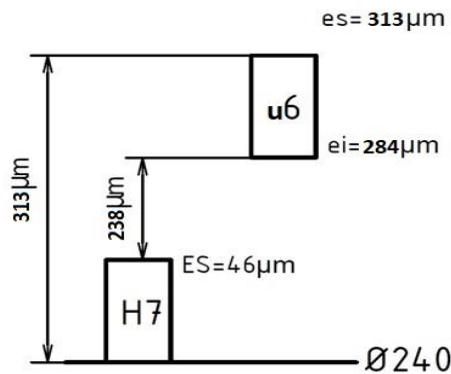
$$\Delta d_{\min} = p_{\min 2} \cdot d_H \cdot \left[ \frac{G_N + \mu_N}{E_N} + \frac{G_H - \mu_H}{E_H} \right] + w \quad (40)$$

$$\Delta d_{\min} = 37,16 \cdot 240 \cdot \left[ \frac{2,6 + 0,33}{2,1 \cdot 10^5} + \frac{1,22 - 0,33}{2,1 \cdot 10^5} \right] + 0,0176 = 208 \mu\text{m} \quad (41)$$

Pro vypočtený minimální výrobní přesah je nejvhodnější uložení v soustavě jednotné díry  $\text{Ø}240 \text{ H7/u6}$ . Hodnoty maximálního a minimálního přesahu zvoleného uložení jsou graficky znázorněny na obrázku 9. a lze je vypočítat jako:

$$\Delta d_{\min\_ulozeni} = 240,284 - 240,046 = 0,238 \text{ mm} \quad (42)$$

$$\Delta d_{w\max} = 240,313 - 240 = 0,313 \text{ mm} \quad (43)$$



Obr. 9. Navržené uložení  $\text{Ø}240 \text{ H7/u6}$

Minimální přesah navrženého uložení odpovídá používané praxi, kdy je minimální přesah určován jako 1 promile z průměru.

### 3.4. Průběhy napětí v lisovaném spoji

Pro navržený lisovaný spoj je potřeba vypočítat hodnotu maximálního tlaku  $p_{\max}$ , dosaženého ve spoji při nejvyšší hodnotě přesahu. Dále je třeba určit průběh tečného a radiálního napětí. Průběh napětí, vnesených do sedla nápravy lisovaným spojem, dopočítáme pomocí konstant  $K$  a  $C$ . Vzorce pro výpočet konstant jsou již upraveny pro zadaný případ duté nápravy s nalisovaným nábojem (atmosférický tlak působící ve vývrtu a na povrchu náboje je vzhledem ke své velikosti vůči tlaku  $p_{\max}$  zanedbatelný).

$$p_{\max} = \frac{\Delta d_{\max} - w}{d_H \cdot \left[ \frac{G_N + \mu_N}{E_N} + \frac{G_H - \mu_H}{E_H} \right]}$$

$$p_{\max} = \frac{0,313 - 0,0176}{240 \cdot \left[ \frac{2,6 + 0,33}{2,1 \cdot 10^5} + \frac{1,22 - 0,33}{2,1 \cdot 10^5} \right]} = 57,74 \text{ MPa} \quad (44)$$

Výpočet konstant pro nápravu:

$$K_H = \frac{-p_{\max} \cdot r_H^2}{r_H^2 - d_v^2} = \frac{-57,74 \cdot 120^2}{120^2 - 37,5^2} = -64 \text{ MPa} \quad (45)$$

$$C_H = -p_{\max} \cdot \frac{r_v^2 \cdot r_H^2}{r_H^2 - r_v^2} = -57,74 \cdot \frac{37,5^2 \cdot 120^2}{120^2 - 37,5^2} = -90 \text{ kN} \quad (46)$$

Výpočet konstant pro náboj kola:

$$K_N = \frac{p_{\max} \cdot r_H^2}{r_N^2 - r_H^2} = \frac{57,74 \cdot 120^2}{180^2 - 120^2} = 46,12 \text{ MPa} \quad (47)$$

$$C_N = p_{\max} \cdot \frac{r_N^2 \cdot r_H^2}{r_N^2 - r_H^2} = 57,74 \cdot \frac{180^2 \cdot 120^2}{180^2 - 120^2} = 1,5 \text{ MN} \quad (48)$$

Nyní již lze dopočítat průběh tečného a radiálního napětí, vzniklých tlakem v lisovaném spoji, podél souřadnice  $z$  nejdříve v nápravě a poté v náboji kola.

$$\sigma_t^H(z) = K_H + \frac{C_H}{z^2} \quad (49)$$

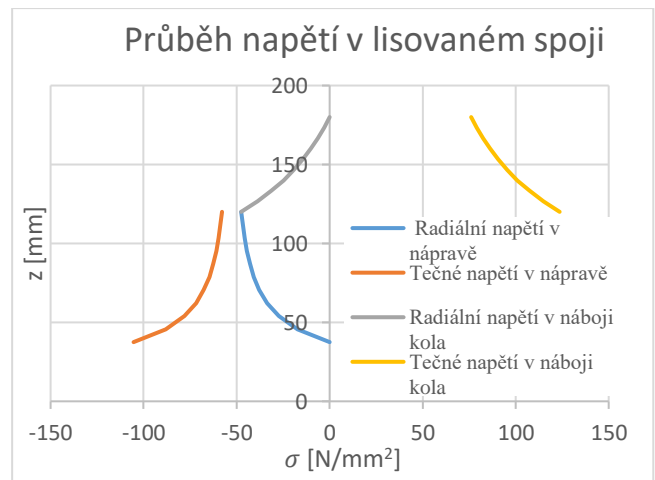
$$\sigma_r^H(z) = K_H - \frac{C_H}{z^2} \quad (50)$$

$$\sigma_t^N(z) = K_N + \frac{C_N}{z^2} \quad (51)$$

$$\sigma_r^N(z) = K_N - \frac{C_N}{z^2} \quad (52)$$

$$z \in (r_v; R) \quad (53)$$

Souřadnice  $z$  byla zavedena v kapitole 2. a dosahuje hodnot od poloměru vývrtu až po poloměr náboje.



Obr. 10. Průběh napětí v lisovaném spoji

### 3.5. Potřebná velikost lisovací síly

Pro nalisování za studena je třeba znát velikost minimální lisovací síly, která musí být aplikována hydraulickým lisem na náboj kola.

$$F_L = F_T = F_N \cdot f = p_{\max} \cdot \pi \cdot d_H \cdot L_L \cdot f$$

$$F_L = 57,74 \cdot 10^6 \cdot \pi \cdot 0,24 \cdot 0,191 \cdot 0,12 = 1 \text{ MN} \quad (54)$$

Tato hodnota lisovací síly vychází zhruba uprostřed intervalu hodnot dle doporučení UIC (720 – 1440 kN). Avšak například jeden ze světových výrobců dvojkolí, společnost Bonatrans, používá lisy o lisovací síle až 5 MN [6], [7], [11], [16], [17].

#### 4. Analytický výpočet celkové napjatosti v sedle nápravy

V sedle kola nápravy působí kromě tečného a radiálního napětí, vzniklého nalisováním náboje kola na nápravu, také napětí vzniklá brzděním, trakcí či pohyblivými hmotnostmi, určená v kapitole 2. V nápravě tedy vzniká trojosá napjatost.

Vzhledem k tomu, že průběh výše zmíněných napětí průřezem sedla nápravy není konstantní, je nutné pevnostně zkontrolovat místa, u kterých lze předpokládat největší hodnoty celkového napětí. V řešeném případě se jedná o vlákna nejvzdálenější od osy nápravy (na povrchu lisovaného spoje) a vlákna nejbližší ose nápravy (na povrchu vývrtu).

##### 4.1. Velikost napětí ve vláknech na povrchu sedla nápravy

V místě nejvzdálenějším od osy nápravy nedosahuje maximální hodnoty tečné napětí vzniklé nalisováním kola na nápravu. Maximální hodnoty však dosahuje napětí radiální a napětí torzní  $\tau_K$ , jehož maximální hodnota byla určena v sekci 2.6., vzniklé přenosem hnacího či brzděného momentu. Tři hlavní napětí v nejvzdálenějším vláknech můžeme vyjádřit pro nejméně příznivý případ napjatosti jako:

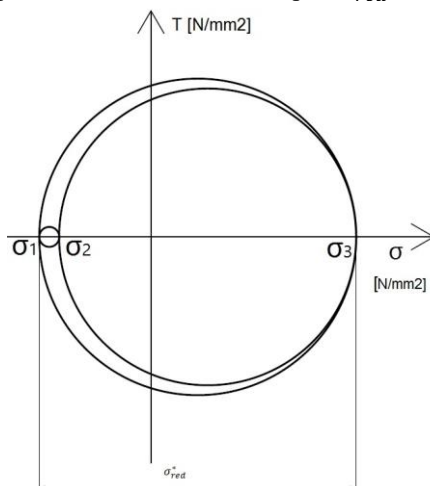
$$\sigma_1 = \sigma_T = 2 \cdot K_H + p_{max} \quad (55)$$

$$\sigma_1 = 2 \cdot (-64) + 57,74 = -70,24 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (56)$$

$$\sigma_2 = \sigma_r = -p_{max} = -57,74 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (57)$$

$$\sigma_3 = \sigma_o + \sigma_n = 0 + 79,81 = 79,81 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (58)$$

Tyto napětí lze vykreslit pomocí Mohrových kružnic a díky nim poté odvodit redukované napětí  $\sigma_{red}^*$ .



Obr. 11. Mohrovy kružnice pro vlákno na povrchu sedla

$$\sigma_{red}^* = \sigma_3 - \sigma_1 = 79,81 + 70,24 = 150,05 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (59)$$

K redukovanému napětí  $\sigma_{red}^*$  nutno připočítat ještě vliv kroutícího momentu  $M_y$ , vyvolávajícího torzní napětí  $\tau_K$ . Celkové redukované napětí  $\sigma_{red}$  lze vypočíst dle teorie HMH jako:

$$\begin{aligned} \sigma_{red} &= \sqrt{\sigma_{red}^{*2} + 3 \cdot \tau_K^2} = \sqrt{150,05^2 + 3 \cdot 4,87^2} \\ &= 150,3 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \end{aligned} \quad (60)$$

Nyní lze vypočíst s jakým koeficientem bezpečnosti se napětí v sedle kola pohybuje vůči dovolenému napětí ( $0,65 \cdot Re$ ), mezi kluzu a mezi pevností materiálu nápravy jakosti EA4T.

$$k_D = \frac{0,65 \cdot Re}{\sigma_{red}} = \frac{273}{150,3} = 1,82 \quad (61)$$

$$k_{Re} = \frac{Re}{\sigma_{red}} = \frac{420}{150,3} = 2,8 \quad (62)$$

$$k_{Rm} = \frac{Rm}{\sigma_{red}} = \frac{650}{150,3} = 4,33 \quad (63)$$

Lisovaný spoj v kontrolovaném místě dle analytického výpočtu pevnostně vyhovuje.

##### 4.2. Velikost napětí ve vláknech na povrchu vývrtu nápravy

V místě povrchu vývrtu dosahuje maximální hodnoty tečné napětí vnesené do sedla kola nalisováním. Na druhou stranu, radiální napětí je v tomto místě nulové a menší hodnoty než na povrchu lisovaného spoje, dosahuje i torzní napětí  $\tau_K$ . Hodnotu torzního napětí je však nutno vypočíst pro daný průměr vývrtu  $d_v$ .

$$\tau_K = \frac{MY}{J_p} \cdot \frac{d_v}{2} = \frac{MY}{\frac{\pi d_H^4}{32} \cdot \left(1 - \left(\frac{d_v}{d_H}\right)^4\right)} \cdot \frac{d_v}{2}$$

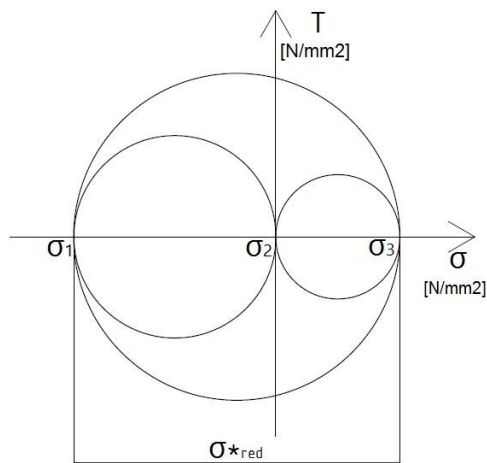
$$\tau_K = \frac{13\,088 \cdot 10^3 \cdot 75}{322614015} \cdot \frac{75}{2} = 1,52 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (64)$$

Následující postup výpočtu celkového redukovaného napětí je totožný jako v odstavci 4.1.

$$\sigma_1 = \sigma_T = 2 \cdot K_H = 2 \cdot (-64) = -128 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (65)$$

$$\sigma_2 = \sigma_r = 0 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (66)$$

$$\sigma_3 = \sigma_o + \sigma_n = 0 + 79,81 = 79,81 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (67)$$



Obr. 12. Mohrovy kružnice pro vlákno na povrchu vývrtu

$$\sigma_{red}^* = \sigma_3 - \sigma_1 = 79,81 - (-128) = 207,81 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (68)$$

Nyní dle teorie HMH lze zohlednit vliv torzního napětí:

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_{red}^{*2} + 3 \cdot \tau_K^2} \quad (69)$$

$$\sigma_{red} = \sqrt{207,81^2 + 3 \cdot 1,52^2} = 207,81 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (70)$$

Obdobně jako v odstavci 4.1. můžeme vypočítat, s jakým koeficientem bezpečnosti se pohybujeme vůči mezi kluzu a mezi pevnosti materiálu nápravy.

$$k_D = \frac{0,65 \cdot Re}{\sigma_{red}} = \frac{273}{207,81} = 1,31 \quad (71)$$

$$k_{Re} = \frac{Re}{\sigma_{red}} = \frac{420}{207,81} = 2,02 \quad (72)$$

$$k_{Rm} = \frac{Rm}{\sigma_{red}} = \frac{650}{207,81} = 3,13 \quad (73)$$

Návrh uložení lisovaného spoje tedy pevnostně vyhovuje v obou kontrolovaných místech.

## 5. Tvorba modelu pro výpočet MKP

Pro účely výpočtu metodou konečných prvků byl vytvořen v programu CATIA V5 3D model dvojkolí, který byl následně vyexportován do výpočetního programu Abaqus CAE. 3D model dvojkolí byl vytvořen se snahou se co nejvíce přiblížit reálné geometrii používaných dvojkolí. Modely obou kol jsou zjednodušeny o vynechání děr pro šrouby, pomocí kterých jsou připevněny na desce kola brzdové kotouče a dále o vývrt v náboji kola, sloužící k rozlisování lisovaného spoje.

### 5.1. Materiálové vlastnosti modelu

Pro výpočetní model byly nastaveny stejné materiálové vlastnosti, které byly uvažovány při návrhu a analytickém výpočtu napjatosti lisovaného spoje.

### 5.2. Definice kroků simulace zatížení

Výpočet byl rozdělen do tří kroků zatížení, kdy dvojkolí bylo nejdříve zatíženo pouze nalisováním, poté jízdními silami a naposled hnacím momentem.

#### 5.2.1. Zatížení přesahem lisovaného spoje

Definovaný přesah lisovaného spoje odpovídá největšímu možnému přesahu navrženého uložení H7/u6 (viz obr.9).

#### 5.2.2. Zatížení silami od kolejnice

V dalším kroku bylo provedeno zatížení jízdními silami  $Y_1, Y_2, Q_1$  a  $Q_2$  z tabulky 2. Síly byly zavedeny na okolek do bodového působíště 10 mm nad jízdní plochou. Zavedené bodové působíště sil  $Q$  a  $Y$  je zjednodušením oproti realitě, kdy je působíště sil plochou elipsovou. Simulace působení sil na elipsovou plochu byla taktéž provedena, ale je náročnější, jak z hlediska přípravy modelu, tak samotného výpočtu a nepřináší žádné výhody při zkoumání napjatosti v lisovaném spoji potažmo na dvojkolí. Síly působící na ložiskové čepy  $P_1$  a  $P_2$  vyjdou ve výpočetním modelu jako reakce, vzhledem k uložení dvojkolí.

#### 5.2.3. Zatížení brzdým momentem

Brzdý moment  $M'_y$  je v modelu přiveden pomocí simulace dvaceti šroubů (spojujících sférickou zubovou spojku s diskem kola) na roztečné kružnici o poloměru  $r_r = 280 \text{ mm}$  „hnaného“ kola nápravy. Do každé díry pro šroub je definováno zatížení pomocí příkazu „surface traction“ na zatíženou polovinu plochy díry délky  $l$ . Velikost tlaku od jednoho šroubu  $p_\xi$  je vypočítána jako podíl síly  $F_\xi$ , kterou přenáší jeden šroub, ku polovině stykové plochy šroubu a díry v kole.

$$F_\xi = \frac{M'_y}{20 \cdot R_\xi} = \frac{13088}{20 \cdot 0,28} = 2337 \text{ N} \quad (74)$$

$$p_\xi = \frac{2 \cdot F_\xi}{\pi \cdot d_\xi \cdot l} = \frac{2 \cdot 2337}{20 \cdot 24,5 \cdot 70} = 0,14 \text{ MPa} \quad (75)$$

### 5.3. Okrajové podmínky

Dvojkolí bylo uloženo za čepy pro ložiska. Na přitížené straně dvojkolí byly odebrány pohyby ve všech směrech, na odlehčené straně dvojkolí byl čepu ponechán pouze pohyb ve směru osy dvojkolí.

### 5.4. Tvorba sítě

Síť je tvořena šestistrannými standartními kvadratickými elementy C3D8R. Výjimku tvoří pouze síť „hnaného“



kola, která je tvořena i z třibokých jehlanů (tetrahedral element C3D10). Nevýhodou této sítě je dvojnásobný počet elementů, nicméně v dnešní době počítačů s vysokými výkony je tato nevýhoda silně předčena rychlostí a jednoduchostí zasílávání modelů se složitou geometrií [5], [13].

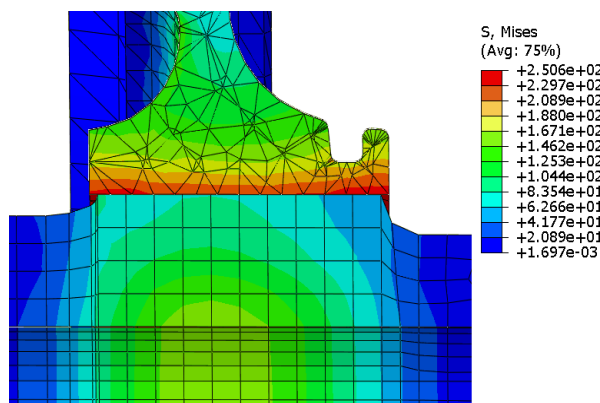
## 6. Vyhodnocení výpočtu MKP

Pro názornost budou výsledky simulace rozebrány postupně po krocích zatížení, popsanych v sekci 5.2. Uváděné hodnoty napjatosti představují redukované napětí vypočtené pomocí metody HMM, tedy stejně jako při analytickém výpočtu.

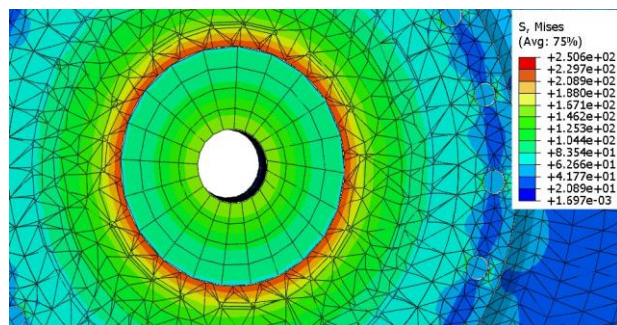
Přestože se výpočet pomocí MKP provádí hlavně za účelem analýzy napětí v sedle kola nápravy, budou pro zajímavost uvedeny i maximální hodnoty napjatosti v náboji kola a v místech, kde napětí dosahuje maximálních hodnot na dvojkolí.

### 6.1. Zatížení přesahem lisovaného spoje

Nejvyšších hodnot redukovaného napětí je dosaženo v náboji kola na povrchu lisovaného spoje a to hodnoty  $180,1 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ . Rozložení napětí v těchto místech odpovídá předpokladům, kdy je špiček napětí dosaženo u okrajů náboje kola ve směru jeho osy. Nejvyšší hodnota redukovaného napětí na povrchu sedla nápravy dosahuje  $60,1 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ , maximální hodnota na povrchu vývrtu v nápravě dosahuje dle simulace  $117,4 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ .



Obr. 13. Řez rovinou x-y po zatížení nalisováním



Obr. 14. Řez lisovaným spojem v rovině x-z

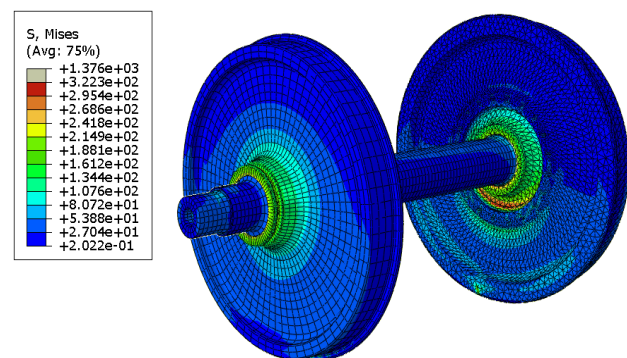
### 6.2. Vliv zatížení jízdními silami

Po zatížení silami hodnoty redukovaného napětí v sedle nápravy i v náboji kola výrazně vzrostly. Na povrchu lisovaného spoje tvoří maximální hodnotu  $87,5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ , na povrchu vývrtu pak  $156,6 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ . Nejvyšší hodnota byla naměřena v uzlu sítě na vnitřním okraji lisovaného spoje pro vlákno na povrchu a uzel uprostřed lisovaného spoje pro vlákno na povrchu vývrtu.

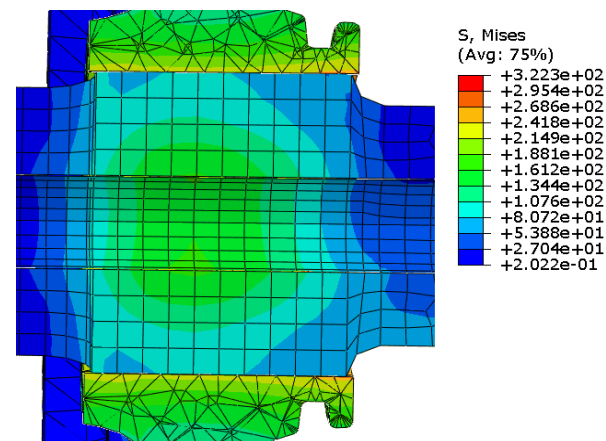
### 6.3. Výsledky po zatížení brzdým momentem

Po zatížení momentem se rozložení napjatosti i jeho velikost na dvojkolí změnilo pouze nepatrně. Na povrchu nápravy hodnota maximálního redukovaného napětí dosahuje  $87,5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$  respektive  $166 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$  na povrchu vývrtu. Maximální napětí v náboji kola dosahuje  $252,2 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$  u vnějšího okraje na povrchu náboje kola.

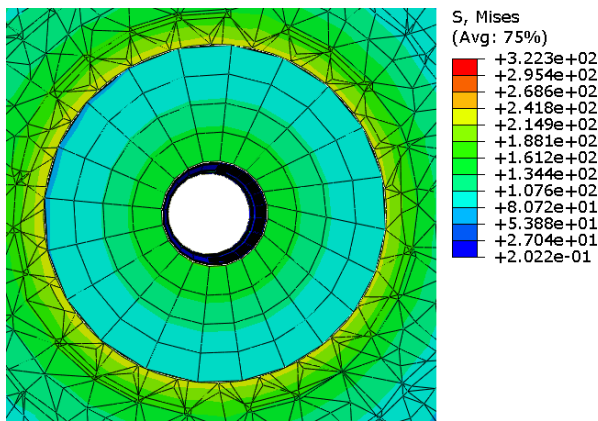
Nejnámáhanějším místem s maximální hodnotou redukovaného napětí  $280,3 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$  na celém dvojkolí je část „hnaného“ kola mezi částí pro uchycení spojky (pomocí šroubů, přes které je na dvojkolí vnášen hnací moment) a nábojem kola (patrně z obr.15.). Nejvyšší hodnota redukovaného napětí na nápravě  $276,9 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$  je v zápichu na ložiskovém čepu na přitížené straně dvojkolí.



Obr. 15. Napjatost na dvojkolí po celkovém zatížení



Obr. 16. Řez rovinou x-y po zatížení všemi vlivy



Obr. 17. Řez lisovaným spojem rovinou x-z

#### 6.4. Shrnutí výsledků výpočtu pomocí MKP

Při zatížení dvojkolí pouze nalisováním kol na nápravu bylo z řezu rovinou x-y (obr.13.) patrné předpokládané rozložení napjatosti v náboji kola a lze tak usuzovat, že vlastnosti simulačního modelu byly nastaveny správně.

Maximální hodnoty redukovaného napětí v kontrolovaných místech ( $87,5 \text{ N/mm}^2$  a  $166 \text{ N/mm}^2$ ) byly naměřeny na vnitřním okraji vlákna na povrchu lisovaného spoje, respektive uprostřed vlákna na povrchu vývrtu v nápravě.

Umístění i hodnota maximálního redukovaného napětí na celém dvojkolí může být ovlivněna tím, že model kol (na rozdíl od nápravy, jejíž pevnostní kontrola je v této práci důležitá) nebyl navržen podle technické normy, nicméně snahou bylo se přiblížit skutečným řešením konstrukce kol výkonných elektrických lokomotiv.

Simulace metodou konečných prvků také prokázala, že lisovaný spoj byl navržen správně, jelikož nedošlo k relativnímu rotačnímu pohybu kola vůči nápravě, a to ani při simulaci s minimální hodnotou přesahu uložení H7/u6 [13].

#### 7. Porovnání analytického výpočtu a výpočtu pomocí MKP

Redukovaná napětí na sledovaných místech vyšla vyšší při analytickém výpočtu, a to u vlákna na povrchu lisovaného spoje o 42% než při výpočtu metodou MKP. U hodnot napjatosti na povrchu vývrtu tento rozdíl činí 20%. Tyto rozdíly mohou být způsobeny například zjednodušujícím výpočtem napětí v lisovaném spoji, kdy náboj kola byl uvažován jako prstenec, přičemž ve skutečnosti je vyztužován deskou kola.

MKP metoda potvrdila jev, který se projevil již při analytickém výpočtu, a to velmi malý vliv smykového napětí v lisovaném spoji vzniklého přenosem části brzdného/trakčního momentu lisovaným spojem a nápravou na druhé kolo.

#### 8. Závěr

Po rozboru namáhání dvojkolí výkonné elektrické lokomotivy byl navržen vhodný lisovaný spoj, který je s vysokou bezpečností schopen přenést požadovaný brzdný

moment i při maximální rychlosti lokomotivy 200 km/hod. Minimální potřebný přesah v lisovaném spoji odpovídá hodnotám v praxi běžně používaným, což naznačuje, že vliv odstředivé síly není běžně při výpočtu zanedbáván.

Po navržení vhodného uložení náboje kola na sedlo nápravy H7/u6 byl lisovaný spoj pevnostně zkontrolován analytickým výpočtem i metodou konečných prvků a prohlášen jako vyhovující. Pro reálné použití by bylo z hlediska menších rozdílů v namáhání lisovaného spoje vhodné nerespektovat standardizovaná uložení a navrhnout uložení s menším tolerančním polem dle schopností výrobce. Simulace pomocí MKP také potvrdila správnost návrhu uložení, když nedošlo k pootočení „hnaného“ kola vůči nápravě ani při simulovaném nejnižším přesahu zvoleného uložení.

Lze tedy usuzovat, že problémy s protočením kola na nápravě mají za následek dynamické jevy, které nebyly v tomto kvazistatickém rozboru namáhání uvažovány. V úvahu je tak třeba vzít například torzní kmity dvojkolí či vliv zkratového momentu na zatížení spoje kolo-náprava. Druhou možností, která se jeví jako reálná, by mohla být chyba ve výrobním postupu lisovaného spoje, kdy mohlo dojít například k nedodržení předepsaného průběhu lisovací síly či chyba v samotném návrhu lisovaného spoje, jako například opomenutí ztráty tlaku v lisovaném spoji vlivem odstředivé síly.

#### Seznam použitých symbolů

|          |   |
|----------|---|
| $A$      | maximální nápravové zatížení (N)                          |
| $b$      | vzdálenost středu ložiska od těžiště (m)                  |
| $C_H$    | konstanta nápravy (N)                                     |
| $C_N$    | konstanta náboje kola (N)                                 |
| $D$      | průměr styčné kružnice (m)                                |
| $d_H$    | průměr nápravy (m)  |
| $d_N$    | průměr náboje kola (m)                                    |
| $d_v$    | průměr vývrtu v ose nápravy (m)                           |
| $E_H$    | Yongův modul pružnosti materiálu nápravy (MPa)            |
| $E_N$    | Yongův modul pružnosti materiálu kola (MPa)               |
| $f$      | koeficient tření (1)                                      |
| $F_b$    | brzdná síla na dvojkolí (N)                               |
| $F_{bc}$ | celková brzdná síla lokomotivy (N)                        |
| $F_h$    | potřebná lisovací síla (N)                                |
| $F_L$    | potřebná lisovací síla (N)                                |
| $F_N$    | normálová síla v lisovaném spoji (N)                      |
| $F_O$    | odstředivá síla (N)                                       |
| $F_\xi$  | hnací síla přenášenou jedním šroubem (N)                  |
| $F_T$    | tečná síla v lisovaném spoji (N)                          |
| $g$      | gravitační zrychlení ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ) |
| $G_H$    | geometrická konstanta nápravy (1)                         |
| $G_N$    | geometrická konstanta náboje kola (1)                     |
| $H$      | výsledná příčná síla (N)                                  |
| $h_1$    | výška těžiště nad středem nápravy (m)                     |

|             |  |                   |  |
|-------------|--|-------------------|--|
| $k$         | koeficient bezpečnosti přenosu točivého momentu (1)                  | $r_H$             | poloměr nápravy (m)  |
| $k_{Re}$    | bezpečnost vůči mezi kluzu (1)                                       | $r_N$             | poloměr průměr náboje kola (m)   |
| $k_{Rm}$    | bezpečnost vůči mezi pevnosti (1)                                    | $r_v$             | poloměr vývrtu v ose nápravy (m)   |
| $K_H$       | konstanta nápravy (MPa)  | $S$               | koeficient bezpečnosti (1)   |
| $K_N$       | konstanta náboje kola (MPa)  | $S_L$             | plocha lisovaného spoje (mm <sup>2</sup> )                                 |
| $L_L$       | funkční délka lisovaného spoje (m)                                   | $s$               | vzdálenost styčné kružnice od těžiště (m)                                  |
| $M_B$       | brzdny moment na dvojkolí (N·m)                                      | $v$               | rychlost lokomotivy (m·s <sup>-1</sup> )                                   |
| $M_b'$      | brzdny moment na přitíženém kole (N·m)                               | $v_L$             | lisovací vůle (μm)   |
| $M_x$       | ohybový moment v rovině x-y (N·m)                                    | $w$               | přesah stržený při lisování (μm)   |
| $M_x'$      | ohybový moment v rovině x-y, vzniklý brzděním (N·m)                  | $W_K$             | průřezový modul v krutu  |
| $M_x''$     | ohyb. moment v rovině x-y, vzniklý trakcí (N·m)                      | $W_o$             | průřezový modul v ohybu  |
| $M_y'$      | brzdny moment přenášený lis. spojem (N·m)                            | $Y_1$             | vodorovná síla vzniklá kontaktem kolo – kolejnice na přitížené straně (N)  |
| $M_z'$      | ohybový moment v rovině y-z, vzniklý brzděním (N·m)                  | $Y_2$             | vodorovná síla vzniklá kontaktem kolo – kolejnice na odlehčené straně (N)  |
| $M_z''$     | ohyb. moment v rovině y-z, vzniklý trakcí (N·m)                      | $y$               | souřadnice zavedeného souř. systému (m)                                    |
| $MR$        | redukovaný moment (N·m)  | $z$               | souřadnice zavedeného souř. systému (m)                                    |
| $MX$        | složka redukovaného momentu, působící v rovině x-y (N·m)             | $\Delta d_{max}$  | maximální přesah (mm)  |
| $MY$        | složka redukovaného momentu, působící v rovině x-z (N·m)             | $\Delta d_{min}$  | minimální potřebný přesah (mm)   |
| $MZ$        | složka redukovaného momentu, působící v rovině y-z (N·m)             | $\Delta d_{wmin}$ | minimální výrobní přesah (mm)  |
| $m_1$       | hmotnost na čepch ložisek (kg)                                       | $\mu_H$           | Poissonova konst. materiálu nápravy (1)                                    |
| $m_2$       | hmotnost dvojkolí a neodpružených hmot (kg)                          | $\mu_N$           | Poissonova konst. materiálu kola (1)                                       |
| $m_{o1}$    | hmotnost části 1 zjednoduř. profilu kola (kg)                        | $\rho$            | hustota (kg·m <sup>3</sup> )   |
| $m_{o2}$    | hmotnost části 2 zjednoduř. profilu kola (kg)                        | $\sigma_1$        | hlavní napětí 1 (N·mm <sup>-2</sup> )                                      |
| $m_{o3}$    | hmotnost části 3 zjednoduř. profilu kola (kg)                        | $\sigma_2$        | hlavní napětí 2 (N·mm <sup>-2</sup> )                                      |
| $P_b$       | brzdny výkon na dvojkolí (W)   | $\sigma_3$        | hlavní napětí 3 (N·mm <sup>-2</sup> )                                      |
| $P_{bc}$    | celkový brzdny výkon lokomotivy (W)                                  | $\sigma_D$        | nejvyšší přípustné napětí v materiálu (N·mm <sup>-2</sup> )                |
| $p_{max}$   | maximální tlak v lisovaném spoji (MPa)                               | $\sigma_O$        | osové napětí (N·mm <sup>-2</sup> )   |
| $p_{min}^*$ | minimální potřebný tlak ve spoji bez uvažování odstředivé síly (MPa) | $\sigma_n$        | normálové napětí (N·mm <sup>-2</sup> )                                     |
| $p_o$       | úbytek tlaku vlivem odstředivé síly (MPa)                            | $\sigma_r^H$      | radiální napětí v sedle kola (N·mm <sup>-2</sup> )                         |
| $p_{\xi}$   | velikost tlaku od jednoho šroubu (MPa)                               | $\sigma_r^N$      | radiální napětí v náboji kola (N·mm <sup>-2</sup> )                        |
| $P_1$       | síla působící na přitížený ložiskový čep nápr. (N)                   | $\sigma_{red}$    | redukované napětí (N·mm <sup>-2</sup> )                                    |
| $P_2$       | síla působící na odlehčený ložiskový. čep nápravy (N)                | $\sigma_{red}^*$  | redukované napětí bez zahrnutí vlivu torzního napětí (N·mm <sup>-2</sup> ) |
| $Q_1$       | síla svislého účinku koleje na přitížený ložiskový čep nápravy (N)   | $\sigma_t^H$      | tečné napětí v sedle nápravy (N·mm <sup>-2</sup> )                         |
| $Q_2$       | síla svislého účinku koleje na odlehčený ložiskový čep nápravy (N)   | $\sigma_t^N$      | tečné napětí v náboji kola (N·mm <sup>-2</sup> )                           |
| $R$         | poloměr kola (m)   | $\tau_K$          | torzní napětí (N·mm <sup>-2</sup> )  |
| $R_1$       | reakce v ložisku na přitížené straně dvojkolí (N)                    | $\tau_S$          | smykové napětí způsobené příčnými silami (N·mm <sup>-2</sup> )             |
| $R_e$       | mez kluzu (MPa)  |                   |  |
| $R_m$       | mez pevnosti (MPa)   |                   |  |

## Použitá literatura

- [1] ČSN EN 13104. *Železniční aplikace-Dvojkolí a podvozky-Poháněné nápravy-Metody konstrukce*. 2001.
- [2] KOLÁŘ, Josef. *Teoretické základy konstrukce kolejových vozidel*. V Praze: České vysoké učení technické, 2009. ISBN 978-80-01-04262-5.

- [3] LATA, Michael. *Konstrukce kolejových vozidel II*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2004. ISBN 80-7194-696-6.
- [4] ŠÍBA, Jaroslav. *Kolejová vozidla II: Pojezd*. Praha: Ediční středisko Českého vysokého učení technického, 1987.
- [5] ZIMA, R. a P. JANOŠ. *Dvojkolí*. Bohumín: Bonatrans Group, 2012.
- [6] KOLÁŘ, Josef. *Výpočet nápravy trakčního tramvajového podvozku s vnitřním rámem pro rozchod 1435mm*. ČKD Dopravní systémy a.s. Praha, 1999.
- [7] LEINVEBER, Jan a Pavel VÁVRA. *Strojnické tabulky: pomocná učebnice pro školy technického zaměření*. Úvaly: Albra, 2003. ISBN 80-86490-74-2.
- [8] IŠER, Petr. *Analytický řešič pro pevnostní výpočet náprav dvojkolí* [online]. Brno, 2012 [cit. 2017-04-30]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/11012/4737>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce Michal Vaverka.
- [9] *Neoficiální stránky o třísystemových lokomotivách typu 109E* [online]. 2006 [cit. 2017-04-30]. Dostupné z: <http://109-e.wgz.cz/rubriky/hlavni-stranka>
- [10] Dvojkolí. *Bonatrans Group a.s.* [online]. Bohumín: GHH-BONATRANS, 2017 [cit. 2017-04-30]. Dostupné z: <http://www.ghh-bonatrans.com/cs/produkty-a-sluzby/dvojkoli/>
- [11] ČD V 99-1. *Oprava dvojkolí železničních kolejových vozidel*. 2010
- [12] Bombardier TRAXX. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2017-04-30]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Bombardier\\_TRAXX](https://cs.wikipedia.org/wiki/Bombardier_TRAXX)
- [13] GETTING STARTED WITH ABAQUS. *3D Academy* [online]. [cit. 2019-03-18]. Dostupné z: <https://academy.3ds.com/en/learn/getting-started-abaqus-fundamentals>
- [14] FRIDRICHOVSKÝ, Tomáš. *ANALÝZA VÝSKYTU TORZNÍCH KMITŮ V POHONECH MODERNÍCH KOLEJOVÝCH VOZIDEL*. s. 8 [cit. 2017-04-30].
- [15] KOLÁŘ, Josef. *Pohony kolejových vozidel* [online]. 2011 [cit. 2017-04-30]. Dostupné z: [https://studium.fs.cvut.cz/studium/u12120/2211073-Pohony\\_kolejovych\\_vozidel/](https://studium.fs.cvut.cz/studium/u12120/2211073-Pohony_kolejovych_vozidel/)
- [16] ŘEZNÍČEK, Jan. *Pružnost a pevnost II: komentované přednášky* [online]. Fakulta strojní České vysoké učení technické v Praze, 2009 [cit. 2017-04-30]. Dostupné z: <http://pruznost.unas.cz/>
- [17] ŠVEC, Vladimír. *Části a mechanismy strojů: příklady*. Vyd. 2. přeprac. Praha: České vysoké učení technické, 1995. ISBN 80-010-1354-5.