

Řešení parametrů proudu při průtoku stlačitelné vazké tekutiny minikanálem

Bc. Jindřich Hála

Vedoucí práce: prof. Ing. Pavel Šafařík, CSc., Ing. Martin Luxa, Ph.D.

Abstrakt

V příspěvku budou předloženy výsledky experimentů provedených při průtoku vzduchu kanálem s charakteristickým rozměrem kanálu: výška 2 mm, šířka 100 mm, délka 100 mm za podmínky aerodynamického ucpání. Na základě pneumatických i optických měření bude popsán vývoj parametrů proudu podél minikanálu a podstatný vliv nevratných dějů v proudovém poli. Výsledky experimentů budou porovnány s výsledky teoretických řešení i s výsledky numerických simulací a diskutovány.

Klíčová slova

minikanál, součinitel tření, numerická simulace

1 Úvod

Tato práce se zabývá jednorozměrným prouděním stlačitelné vazké tekutiny kanály konstantního průřezu, které mají specifický rozměr (obvykle výšku) v řádu milimetrů (bez ohledu na šířku). Povrchové tření (tzv. třecí faktor) má zásadní vliv na velikost hydraulických ztrát a na proces sdílení tepla. K určení povrchového tření se u kanálků s rozměry v řádu centimetrů a většími (dále pro ně bude používán název makrokanály) používá Moodyho diagram. Ten je odvozený pro trubice kruhového průřezu, ale díky podobnosti podle Re lze použít i pro kanály obdélníkových průřezů. Ukazuje se, že jedním z mnoha vlivů, které mají zásadní vliv na povrchové tření, je rozměr kanálku. Se zmenšujícími se rozměry dochází zejména vlivem vazkosti k znerovnoměrnění rychlostního profilu po výšce kanálku a nemusí již být vhodné použití vztahů platných pro makrokanály.

Většina dnes publikovaných prací se zabývá zejména prouděním v mikrokanálech a nanokanálech (specifický rozměr v μm respektive nm), kde se již mnohdy nedá předpokládat proudění kontinua a je nutné uvažovat jiný model proudění. Jako kritérium k určení vhodnosti užití modelu kontinua se užívá Knudsenovo číslo definované rovnicí (1) - poměr střední volné dráhy molekul λ a charakteristického rozměru L . Model Navierových-Stokesových rovnic s bezskluzovou okrajovou podmínkou na stěnách lze užít pro $Kn < 10^{-3}$. Pro proudění s $10^{-3} < Kn < 10^{-1}$ lze použít model Navierových-Stokesových rovnic zahrnující okrajovou podmínku se skluzem a pro $Kn > 10$ model proudu volných molekul [3].

$$Kn = \frac{\lambda}{L} \quad (1)$$

Ačkoli například pro minikanál výšky 2 mm s kritickým průřezem na výstupu ($M \sim 1$) je Knudsenovo číslo v řádu 10^{-5} , tudíž lze uvažovat model kontinua s bezskluzovou okrajovou podmínkou, ukazuje se, že určení povrchového tření podle klasických zdrojů příliš neodpovídá experimentu ani numerické simulaci.

Jelikož k proudění relativně úzkými kanály dochází často v průtočných částech malých turbín nebo v chladicích elementech různých strojů, bylo by rozumné porozumět dějům, které významně ovlivňují hydraulické ztráty či výměnu tepla v těchto zařízeních.

2 Teoretická východiska

Teoretický model použitý v této práci uvažuje adiabatický proces bez přívodu vnější práce, avšak s vnitřním třením a stacionární, jednorozměrné proudění. První předpoklad je možné použít díky malé délce minikanálu. Poslední uvedený předpoklad je podložen měřeními publikovanými v [5], kde pro minikanály obdobné konfigurace (zejména obdobného poměru výšky a šířky) nebyl prokázán vznik sekundárních struktur v rozích minikanálu. Proudění, u kterého jsou použity výše uvedené předpoklady, se nazývá *Fannovo*.

Problematika proudění vazké stlačitelné tekutiny kanály konstantního průřezu se ztrátami je teoreticky zpracována například v [7]. Energetickou rovnici lze zapsat ve tvaru

$$h + \frac{u^2}{2} = h_0, \quad (2)$$

kde h je měrná entalpie, h_0 je měrná klidová entalpie a u rychlost. Rovnice kontinuity má pro stacionární proudění trubici konstantního průřezu tvar

$$G = \rho u, \quad (3)$$

kde G je plošná hustota toku hmotnosti. Kombinací rovnic (2) a (3) získáme vztah

$$h + \frac{G^2}{2\rho^2} = h_0,$$

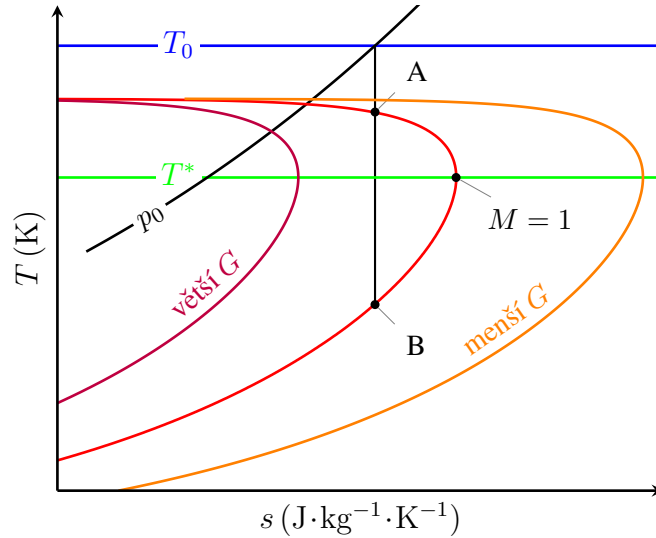
který vyjadřuje vztah mezi hustotou a entalpií (G a h_0 jsou konstantní). Jelikož pro ideální plyn je měrná entropie s funkcí pouze hustoty ρ a entalpie h , lze v $h-s$ potažmo $T-s$ diagramu zobrazit křivky představující řešení soustavy rovnic (2) a (3) pro dané počáteční stavy (ρ_1, h_1) a plošné hustoty toků hmotnosti $G = \text{konst.}$ Na těchto tak zvaných *Fannových* křivkách (Obrázek 1) poté leží všechny přípustné termodynamické stavy. Při uvážení druhého zákona termodynamiky plyne z Obrázku 1 poznatek, že po Fannových křivkách se lze pohybovat pouze ve směru nárůstu entropie (doprava). To má důležitý důsledek: Pokud bychom uvažovali počáteční stav v bodě A, tedy na subsonické části Fannovy křivky, bude se vlivem viskozity rychlost zvyšovat, ale není možné překročit rychlost zvuku a pokračovat po supersonické části křivky. Obdobně lze vidět, že není možný spojitý přechod ze supersonické části (počáteční bod B) do subsonické.

Pokud budeme uvažovat proudění tekutiny s určitou klidovou entalpií a hustotou toku hmotnosti kanálkem o takové délce, že právě na výstupu je dosaženo $M = 1$, pak další prodloužení kanálku vede k poklesu hmotnostního toku \dot{m} . Nebo při zachování stejné délky a snížení protitlaku na výstupu nedojde ke zvýšení hmotnostního toku. Tento jev se nazývá aerodynamické ucpání vlivem tření.

Pokud použijeme pro proudící tekutinu model ideálního plynu, je možné ze základních fyzikálních zákonů odvodit vztahy pro parametry proudu v závislosti na Machově čísle, což bude popsáno v následujících odstavcích.

Uvažujme-li model ideálního plynu řídicího se rovnicí

$$p = \rho r T \quad (4)$$



Obrázek 1: Fannovy křivky pro tři různé hodnoty G zakreslené v $T-s$ diagramu spolu s isoentropou procházející stavem s klidovým tlakem p_0 a klidovou teplotou T_0 . Vyznačena je také isoterma T^* , která protíná Fannovy křivky v maximech entropie.

a její tvar po logaritmickém zderivování

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T}, \quad (5)$$

kde ρ je hustota, r měrná plynová konstanta a T termodynamická teplota, pak základní rovnice popisující proudění lze zapsat následovně:

Zákon zachování energie je vyjádřen rovnicí (2). Pro odvození dalších vztahů se použije její tvar po úpravě použitím vztahu pro entalpii kaloricky ideálního plynu $dh = c_p dT$, kde c_p je měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku a použitím definice Machova čísla

$$M = \frac{u}{\sqrt{\kappa r T}}.$$

Dostáváme

$$\frac{dT}{T} + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \frac{du^2}{u^2} = 0. \quad (6)$$

Zákon zachování hmotnosti je dán rovnicí (3). Jelikož G je v kanále konstantního průřezu konstantní, lze rovnici přepsat na tvar

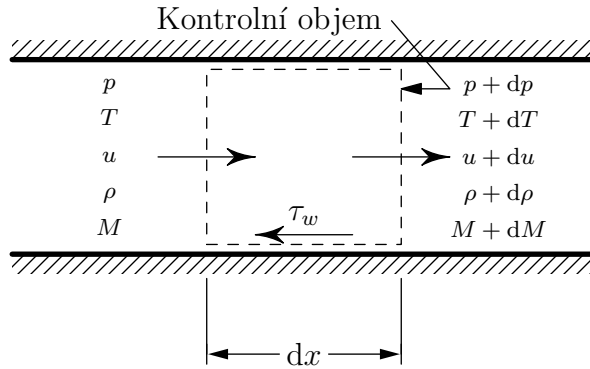
$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{d(u^2)}{u^2} = 0. \quad (7)$$

Pohybová rovnice vyjadřující zákon zachování toku hybnosti má pro kontrolní objem zobrazený na Obrázku 2 tvar

$$-A dp - \tau_w dA_w = \dot{m} du,$$

kde A je plocha průřezu τ_w tečné napětí a dA_w plocha, na které působí tečné napětí τ_w . Pokud dosadíme do pohybové rovnice rovnici kontinuity, součinitel tření definovaný jako

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho u^2} \quad (8)$$



Obrázek 2: Kontrolní objem použitý pro odvození rovnic pro adiabatické proudění se třením kanály konstantního průřezu.

a hydraulický průměr

$$D_h = 4 \frac{A dx}{dA_w},$$

dostáváme po drobných úpravách rovnici

$$\frac{dp}{p} + \frac{\kappa M^2}{2} 4f \frac{dx}{D_h} + \frac{\kappa M^2}{2} \frac{du^2}{u^2} = 0. \quad (9)$$

Dále z definice Machova čísla získáme rovnici

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{du^2}{u^2} - \frac{dT}{T}. \quad (10)$$

Vztah pro celkový tlak při isentropickém proudění

$$p_0 = p \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

upravíme na tvar

$$\frac{dp_0}{p_0} = \frac{dp}{p} + \frac{\kappa M^2}{1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2} \frac{dM^2}{2M^2}. \quad (11)$$

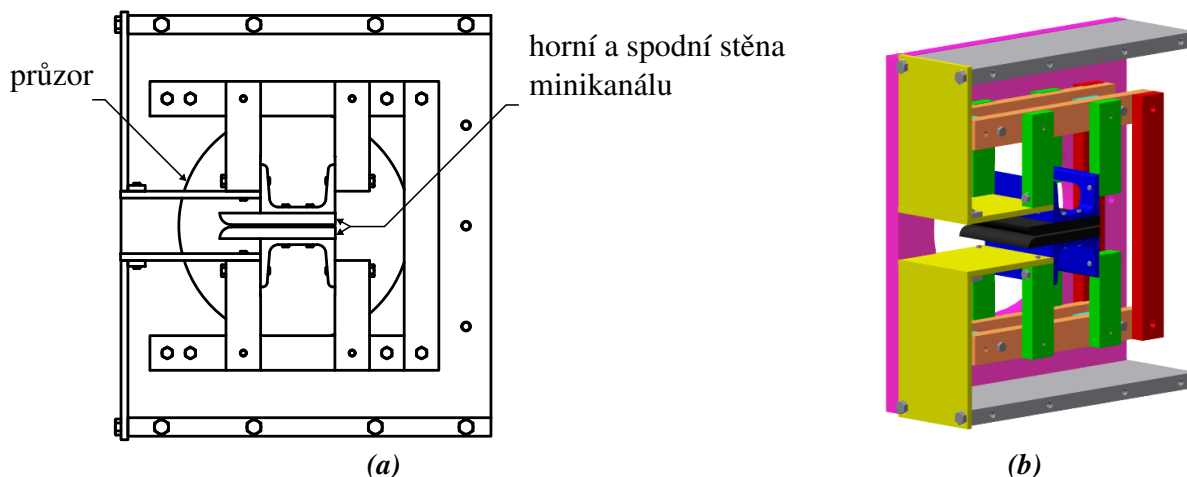
Z věty o změně hybnostního toku

$$F = pA + \rho A u^2 = pA (1 + \kappa M^2)$$

a po využití, že A je konstantní získáme

$$\frac{dF}{F} = \frac{dp}{p} + \frac{\kappa M^2}{1 + \kappa M^2} \frac{dM^2}{M^2}. \quad (12)$$

Rovnice (5) až (7) a (9) až (12) udávají vztah mezi osmi diferenciálními proměnnými. Pokud zvolíme $4fdx/D_h$ jako nezávisle proměnnou, můžeme vyjádřit pomocí uvedených sedmi rovnic zbylých sedm proměnných jako funkce $4fdx/D_h$. Vztah mezi dM^2/M^2 a $4fdx/D_h$



Obrázek 3: Pohled na měřicí zařízení bez levé stěny z boku (a) a v izometrickém pohledu (b).

vyjadřuje rovnice

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{\kappa M^2 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)}{1 - M^2} 4f \frac{dx}{D_h}.$$

Jejím integrováním je možné získat vztah pro střední hodnotu součinitele tření \bar{f} na úseku mezi body, kde M je libovolné a $x = 0$ a místem, kde Machovo číslo $M = 1$ a $x = L_{\max}$

$$4\bar{f} \frac{L_{\max}}{D_h} = \frac{1 - M^2}{\kappa M^2} + \frac{\kappa + 1}{2\kappa} \ln \frac{(\kappa + 1) M^2}{2 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)}.$$

Střední hodnotu součinitele tření mezi dvěma průřezy, kde jsou známá Machova čísla M_1 a M_2 , lze určit jako

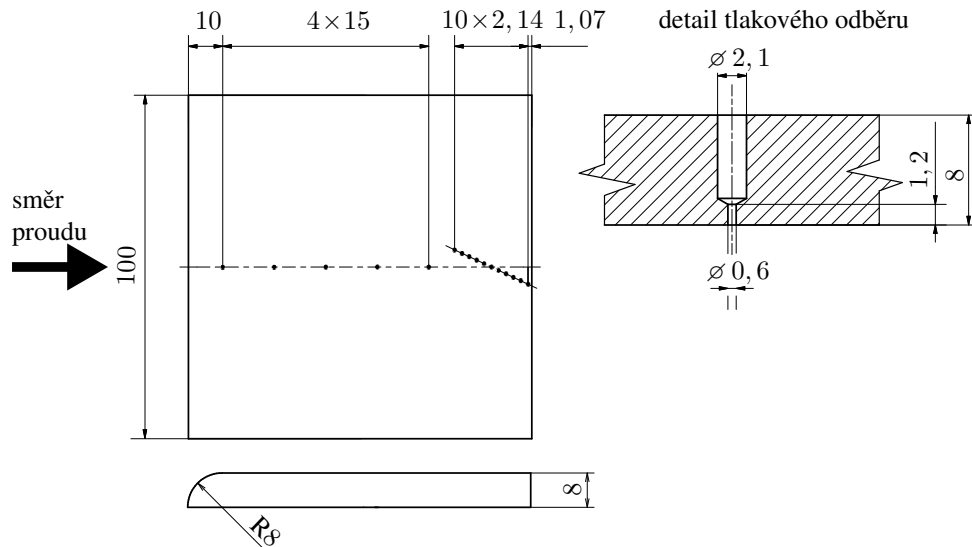
$$4\bar{f} \frac{L}{D_h} = \left(4\bar{f} \frac{L_{\max}}{D_h}\right)_{M_1} - \left(4\bar{f} \frac{L_{\max}}{D_h}\right)_{M_2}. \quad (13)$$

Při znalosti rozložení Machova čísla podél kanálku, lze tohoto vztahu do určité míry využít také pro zjištění rozložení hodnot součinitele tření.

3 Příprava experimentálních dat

3.1 Měřicí zařízení

Experimentální měření proběhla v Aerodynamické laboratoři v Novém Kníně za použití modulového vysokorychlostního aerodynamického tunelu sacího typu s přerušovaným chodem a měřicího zařízení, které bylo zkonstruováno pro zkoumání proudění v minikanálech, a jehož schéma a model jsou zobrazeny na Obrázku 3. Zařízení umožňuje provádět optická i pneumatická měření kanálků různé délky a umožňuje nastavovat výšku minikanálu. Vzduch do měřicího zařízení vstupuje z laboratoře a po průchodu minikanálem, který je tvořený dvěma paralelně umístěnými ocelovými destičkami s leštěným povrchem, pokračuje do uklidňovací komory, která je napojena na vakuovou nádrž. Protitlak je regulován šoupátkem umístěným na vedení mezi uklidňovací komorou a vakuovou nádrží.



Obrázek 4: Schéma rozmístění tlakových odběrů na stěně minikanálu délky 100 mm.

3.2 Měřicí metody

Byla prováděna optická a pneumatická měření proudění v kanálku délky 100 mm, šířky 100 mm a výšky 2 mm pro různé tlakové spády π (poměr protitlaku p_e a klidového tlaku p_{01}). Pro optická měření byl použit Machův-Zehnderův interferometr seřízený na nekonečnou šířku interferenčních proužků [7]. Dále byl odběry umístěnými na horní stěně minikanálu snímán statický tlak po délce. Umístění odběrů je znázorněno na Obrázku 4. Odběry v blízkosti výstupu jsou umístěny pod úhlem tak, aby nedocházelo k ovlivnění určitého odběru odběrem, který je umístěn proti proudu. To umožňuje použít menší rozestupy mezi odběry a tedy získat více dat v oblasti, kde dochází ke změnám parametrů proudu s velkým gradientem.

3.3 Zpracování experimentálních dat

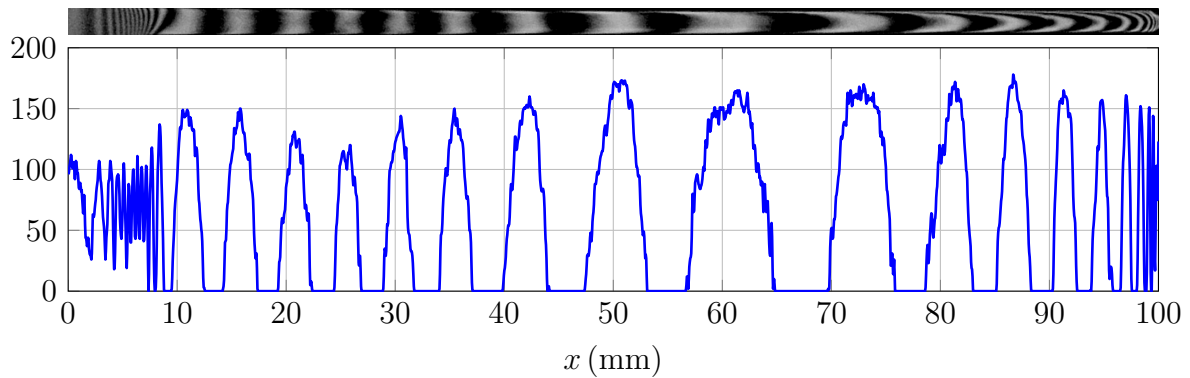
Interferogramy z optických měření byly zpracovány metodou popsanou v [4]. Ta umožňuje při znalosti hustoty v některém místě proudového pole určit na základě změny indexu lomu hustotu v jiném místě proudového pole podle vzorce

$$\rho = \rho_S - Ci, \quad (14)$$

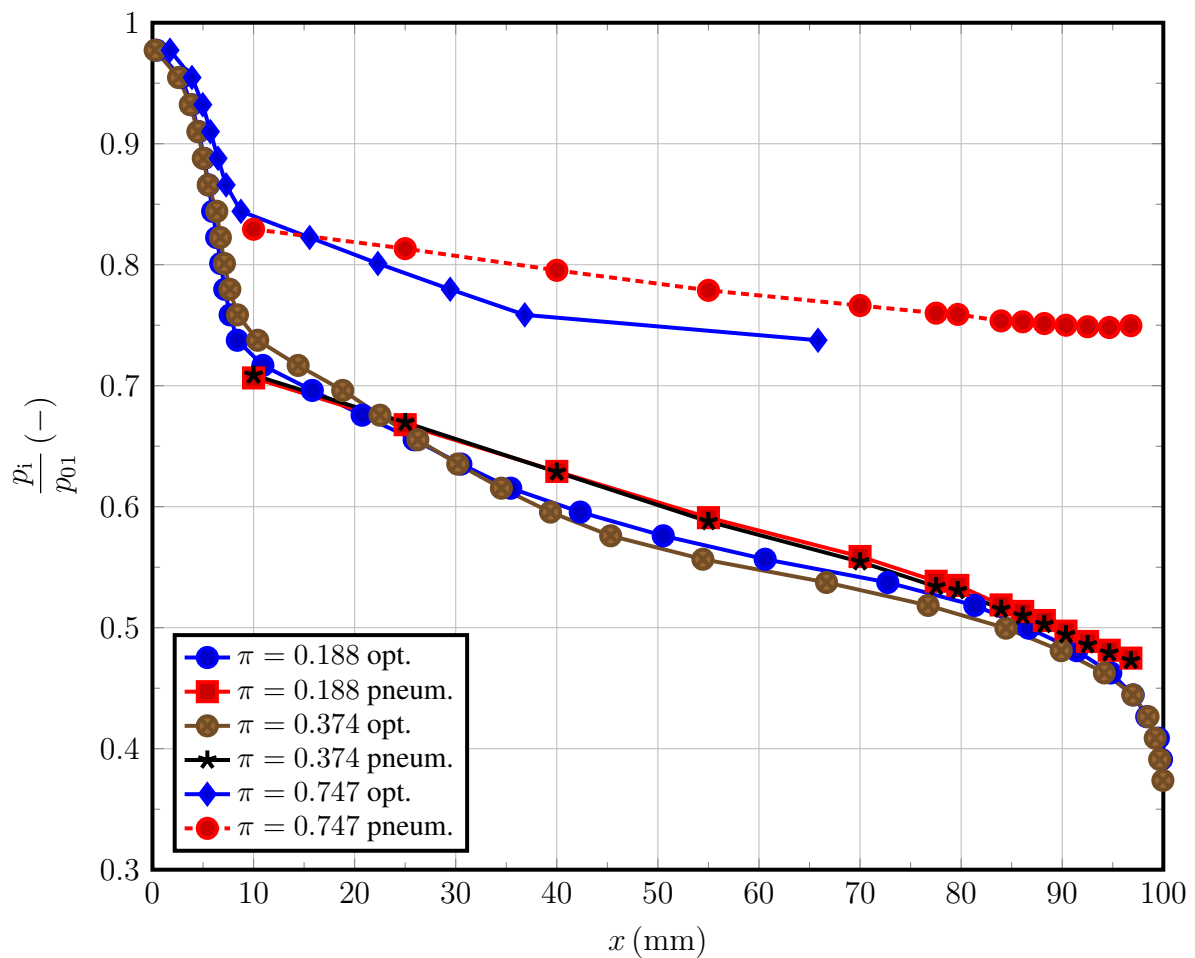
kde ρ je zjišťovaná hustota, ρ_S známá hustota v referenčním bodě, i číslo interferenčního proužku a C konstanta zahrnující vlnovou délku použitého zdroje monochromatického světla, šířku měřicího prostoru a Gladstoneovu-Daleovu konstantu pro vzduch. Ze zjištěné hustoty je dále přes vztahy platné pro isoentropické proudění možné určit další parametry proudového pole, jako jsou p_{is} , M_{is} . Jelikož je učiněn předpoklad o isoentropičnosti nelze z těchto měření určit ztráty. Tato měření slouží ke srovnání s pneumatickými měřeními, ve kterých je vliv ztrát zahrnut.

Hustota byla určována ve střezech interferenčních proužků, jejichž poloha byla odečítána na základě grafu zobrazujícího průběh odstínu šedi podél osy minikanálu (viz Obrázek 5). Jako místo se známou hustotou byl uvažován interferenční proužek ($i = 1$) právě na vstupu do konvergentního ústí minikanálu, kde byla hustota považována za rovnu hustotě klidové.

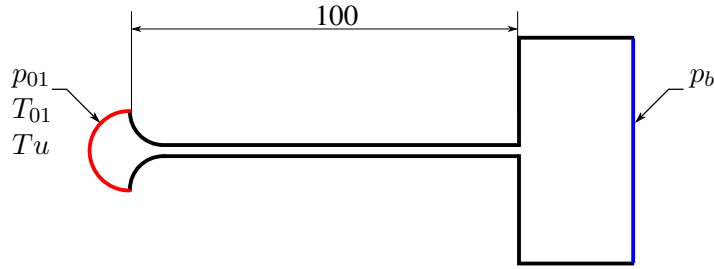
Jak je patrné z Obrázku 6, tak tlaková měření zobrazují téměř lineární průběh statického tlaku podél minikanálu. Kvůli konečnému rozměru tlakových odběrů není možné změřit tlak



Obrázek 5: V horní části je zobrazen interferogram oblasti uvnitř minikanálu včetně konvergentního ústí a v dolní části graf průběhu odstínů šedi v ose minikanálu.



Obrázek 6: Poměry statického a klidového tlaku p_{01} podél délky minikanálu pro tlakové spády $\pi = 0,188$, $\pi = 0,374$ a $\pi = 0,747$ určené optickými i pneumatickými metodami.



Obrázek 7: Schéma výpočetní oblasti a znázornění okrajových podmínek.

přesně v místě výstupu. Určitou představu o průběhu tlaku v bezprostřední blízkosti výstupu však můžeme získat z vyhodnocení optických měření, v čemž tkví výhoda použití kombinace obou uvedených experimentálních metod.

4 Numerická simulace

Proudění vazké stlačitelné tekutiny minikanálem bylo ve 2D modelováno časově průměrovanými Navierovými-Stokesovými rovnicemi pro stlačitelnou tekutinu a stavovou rovnicí ideálního plynu (4).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j)}{\partial x_j} &= 0, \\ \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}^{\text{eff.}}}{\partial x_j}, \\ \frac{\partial (\rho e_0)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho h_0 u_j)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tau_{ij}^{\text{eff.}} u_i + \rho \alpha^{\text{eff.}} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Pro řešení byla použita metoda konečných objemů za pomoci implicitního řešiče s AUSM interpolačním schématem. Výpočet byl proveden v softwaru Fluent. Jako model turbulence pro modelování Reynoldsova tenzoru napětí a turbulentní tepelné difuzivity byl použit Menterův SST $k - \omega$ model [6].

4.1 Výpočtová síť a okrajové podmínky

Výpočetní oblast (Obrázek 7) byla v oblasti před kanálkem síťována nestrukturovanou (trojúhelníkovou) sítí a v minikanálku a v oblasti za ním strukturovanou. U stěn minikanálku byla síť zjemněna tak, aby bezrozměrná vzdálenost první buňky od stěny byla $y^+ < 1$ a tudíž bylo možné použít zmíněný model turbulence. Testováno bylo několik sítí s různou jemností a různou velikostí oblastí před i za kanálkem. Příliš velká oblast za kanálkem způsobovala drastické snížení rychlosti konvergence a v některých případech i pád výpočtu zřejmě z důvodu nestacionárních jevů ve zpomalujícím se proudě z minikanálku. Konečná síť měla $7,8 \cdot 10^4$ buňek z toho $5,4 \cdot 10^3$ trojúhelníkových.

Okrajové podmínky byly následující: Na vstupu byl předepsán klidový tlak $p_{01} = 97.69$ kPa, klidová teplota $T_{01} = 292.26$ K a intenzita turbulence $Tu = 2\%$. Na výstupu byl předepsán statický tlak p_e různý pro každý ze čtyř řešených případů (viz Tabulka 1).

Tabulka 1: Tlakové spády π pro různé případy výpočtů a jim odpovídající protitlak p_e .

případ	1	2	3	4
π	0.188	0.374	0.528	0.747
p_e (kPa)	18.36	36.53	51.62	72.97

4.2 Zpracování dat z numerických výpočtů

Z numerických výpočtů byla pomocí 2D metody redukce dat vyhodnocena data v průřezech ležících podél délky minikanálu. Pomocí ní lze získat hodnoty parametrů proudění středované na základě bilance hmotnosti, hybnosti a energie a vycházející z předpokladu adiabatického proudění [1]. Z takto středovaných dat je následně možné určit hodnotu ztrátového součinitele ζ , vyjadřujícího ztrátu kinetické energie

$$\zeta = 1 - \frac{M_*^2}{M_{*is}^2}, \quad (16)$$

kde M_* je bezrozměrová rychlost definovaná jako podíl rychlosti proudu u a kritické rychlosti zvuku a_* .

$$M_* = \frac{u}{a_*}. \quad (17)$$

Dále lze určit ztrátu klidového tlaku ξ

$$\xi = 1 - \frac{p_{0i}}{p_{01}}, \quad (18)$$

a nebo změnu entropie Δs

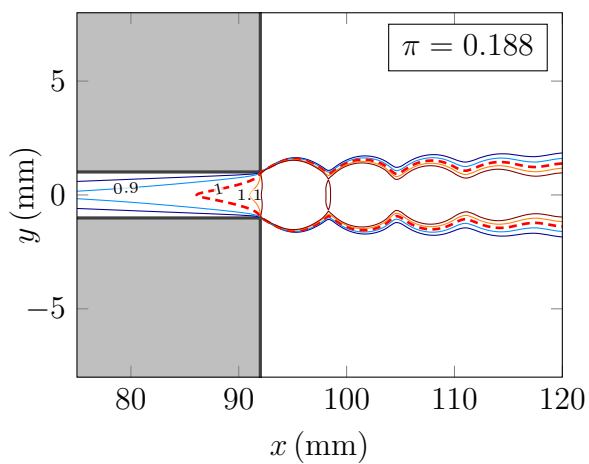
$$\Delta s = -r \ln \frac{p_{0i}}{p_{01}}. \quad (19)$$

Zobrazení vypočtených izochar Machova čísla ve výstupní části minikanálu pro případy, kdy došlo k aerodynamickému ucpání je na Obrázku 8a a 8b. Je patrné, že zvuková čára (izočára $M = 1$) je vlivem vazkosti prohnuta dovnitř minikanálu a pro oba případy má stejný tvar. Za zvukovou čarou dochází k další expanzi a v následné soustavě šikmých rázových a expanzních vln, které interagují se smykovou vrstvou, dochází k postupnému zpomalení proudu. Pro porovnání jsou přiloženy interferogramy oblasti výstupu z minikanálu pro stejné tlakové spády. Izočáry machova čísla pro případy, kdy nedošlo překročení kritického tlakového poměru na výstupu a tedy k aerodynamickému ucpání, jsou zobrazeny na Obrázku 9.

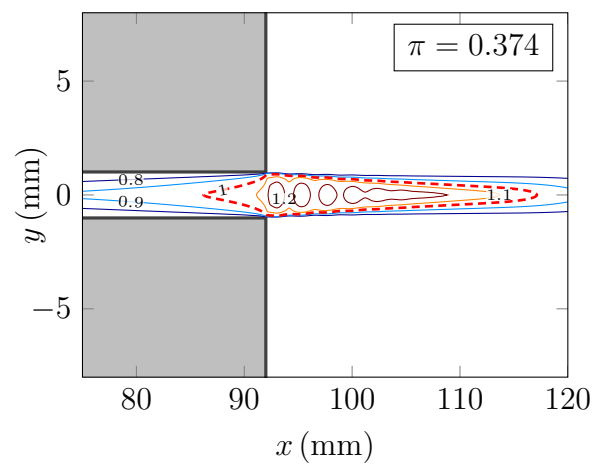
5 Analýza dosavadních výsledků

Experimentálně získaná data byla vynesena do $T - s$ diagramu. Nejdříve byla zakreslena známá klidová izoterma T_0 a izobary p_0 a p_e . Z použitého teoretického modelu vyplývá, že pokud bude tlakový spád dostatečný, pak dojde k aerodynamickému ucpání vlivem tření. V kritickém průřezu, který se ustaví na výstupu z minikanálu bude $M = 1$ a tedy hodnoty v tomto místě budou hodnoty kritické. Pro výpočet kritické teploty T_* platí vztah

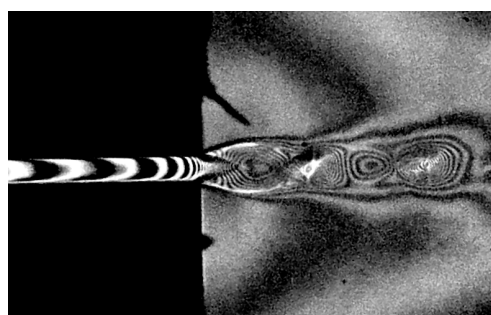
$$T_* = T_0 \frac{2}{\kappa + 1},$$



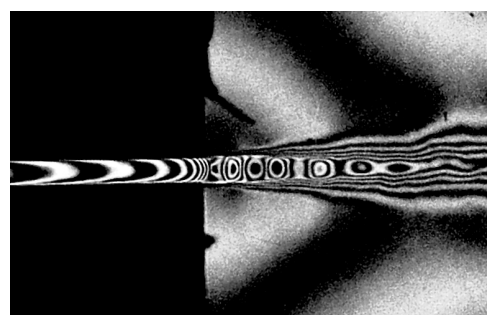
(a)



(b)

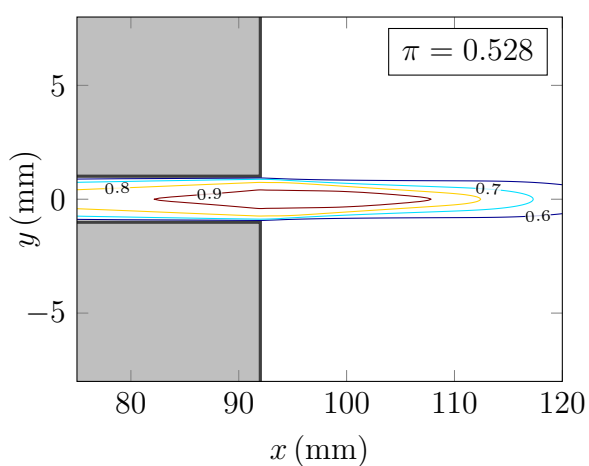


(c)

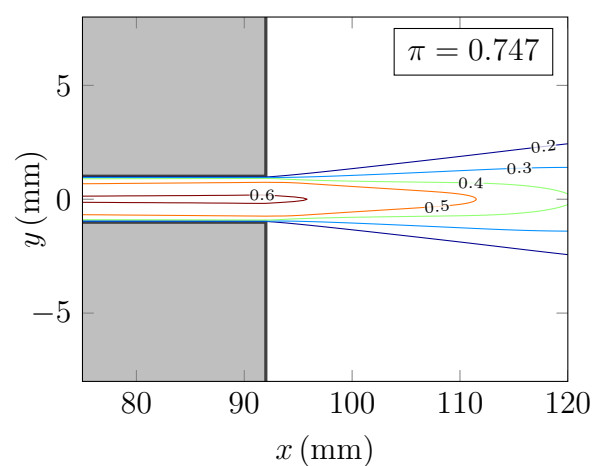


(d)

Obrázek 8: Izočáry Machova čísla a interferogramy zobrazující čáry konstantního indexu lomu na výstupu z minikanálku pro $\pi = 0.188$ (a) (c) a pro $\pi = 0.374$ (b) (d).

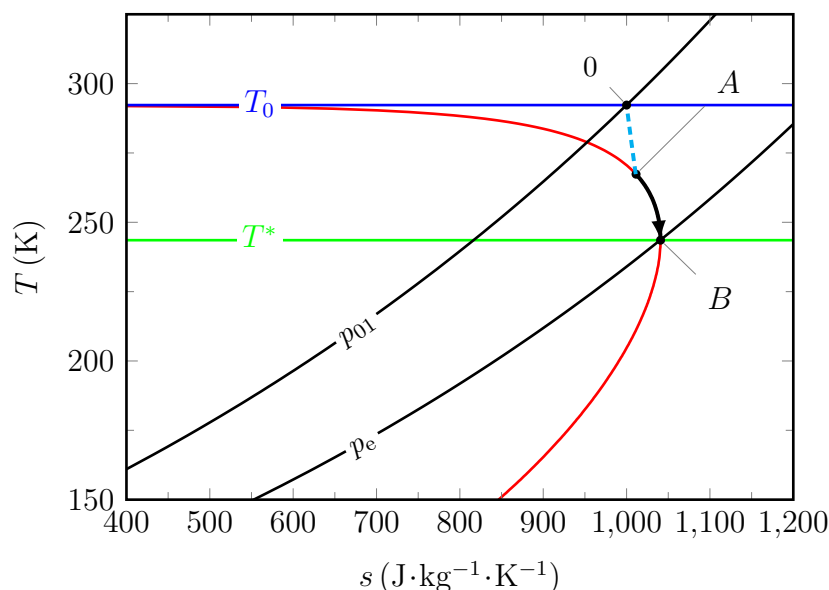


(a)



(b)

Obrázek 9: Izočáry Machova čísla na výstupu z minikanálku pro $\pi = 0.528$ (a) a pro $\pi = 0.747$ (b).



Obrázek 10: Průběh stavových veličin při proudění ideálního plynu minikanálem za podmínek aerodynamického ucpání zakreslený v $T-s$ diagramu a odpovídající Fannova křivka.

kde T_0 je známa díky předpokladu o adiabatičnosti a tedy $T_0 = \text{konst.}$ Tímto postupem byly získány body 0 a B zobrazené na Obrázku 10. Pro detailnější zjištění průběhu parametrů proudu mezi těmito dvěma body byl použit předpoklad, že proudění v minikanálu je proudění Fannovo a tedy lze použít rovnici

$$\frac{p}{p_*} = \frac{1}{M} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2}{\kappa+1}\right) \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2\right)}},$$

kteřá udává vztah mezi statickým tlakem, kritickým tlakem a Machovým číslem. Z této rovnice lze vyjádřit Machovo číslo jako funkci p pro známý parametr p_* . Řešení vede na bikvadratickou rovnici, která má jedno fyzikálně možné řešení. Díky takto získanému rozložení Machova čísla je možné dopočítat z rovnice

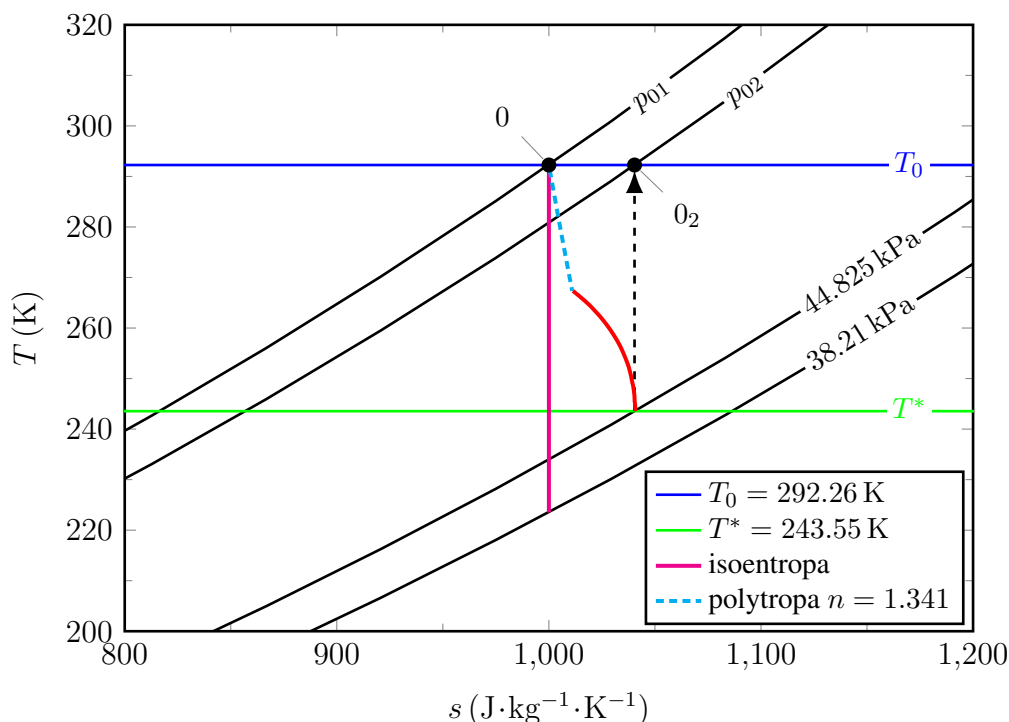
$$\frac{T}{T_*} = \frac{\kappa+1}{2 + \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2\right)}$$

rozložení teploty a následně z rovnice

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - r \ln \frac{p_2}{p_1}$$

získáme změnu měrné entropie vůči referenční hodnotě (v tomto případě $1000 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$). Poté je již možné doplnit průběh mezi body A a B v $T-s$ diagramu. Bod B odpovídá bodu těsně za konvergentním vstupem do minikanálu. Je zřejmé, že mezi bodem A a B děj probíhá po Fannově křivce. Průběh stavových veličin v konvergentním ústí podrobně vyšetřován nebyl a proto byl v $T-s$ diagramu zakreslen pouze jako polytropická změna mezi bodem 0 a A.

V Obrázku 11 je zobrazen průběh stavových změn v souřadnicích $T-s$ ve větším měřítku. Je také zobrazeno, jakým způsobem lze odečíst klidový tlak na výstupu z minikanálu p_{02} . Při



Obrázek 11: Průběh stavových veličin při proudění ideálního plynu minikanálem za podmínek aerodynamického ucpání zakreslený v $T-s$ diagramu a odpovídající část Fannovy křivky spolu s izobarami p_{01} , p_{02} , p_e . Znáznorněn je i způsob odečtení klidového tlaku na výstupu z minikanálu.

Tabulka 2: Hodnoty ztrátového součinitele klidového tlaku ξ pro $\pi = 0,188$ a $\pi = 0,374$ získané z experimentu a numerické simulace.

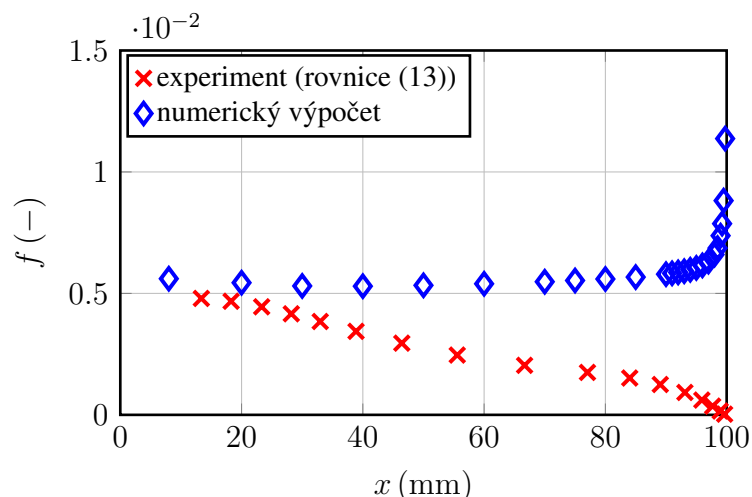
π	ξ výpočet	ξ experiment
0,188	0,1596	0,1317
0,374	0,1591	0,1343

znalosti klidových tlaků před a za minikanálem je možné z rovnice (18) vypočítat ztrátový součinitel klidového tlaku ξ . Hodnoty získané z experimentu a z numerických výpočtů jsou uvedeny v tabulce 2.

Z rovnice (13) byl vypočten průběh součinitele povrchového tření podél stěny minikanálu pro případ $\pi = 0,188$ a porovnán s hodnotami vypočtenými numerickou simulací. Data z numerické simulace byla středována metodou redukce dat a dosazena do definičního vztahu pro součinitel povrchového tření (8).

Jak je patrné z Obrázku 12, tak podle analýzy dat z numerického výpočtu dochází v blízkosti výstupu k nárůstu součinitele povrchového tření, což odpovídá také zrovnoměrnování rychlostního profilu zachyceného na interferogramech [2]. Z průběhu získaného za použití teorie jednorozměrného adiabatického proudění ideálního plynu se třením, však můžeme pozorovat, že hodnoty f jdou v blízkosti výstupu a tedy v blízkosti kritického průřezu k nule. Tento průběh je sice v souladu s průběhem Fannovy křivky, kde se v kritickém bodě $M = 1$ nachází maximum entropie, ovšem není žádný fyzikální důvod, proč by mělo k takovému poklesu součinitele povrchového tření f dojít.

Ukazuje se, že rovnice (13) je patrně vhodná pro výpočet kritické délky kanálu při znalosti hodnoty \bar{f} . Její použití pro určení rozložení f po délce kanálu při znalosti rozložení M , jak je



Obrázek 12: Rozložení hodnot součinitele povrchového tření podél stěny minikanálu získané z experimentu a numerické simulace pro tlakový spád $\pi = 0,188$.

popsáno v [7], je problematické a o to více u úzkých kanálů, kde se mnohem více uplatní vazkové síly.

6 Závěr

V příspěvku byl představen teoretický model jednorozměrného proudění ideálního plynu kanály konstantního průřezu s uvažováním tření. Bylo popsáno experimentální zařízení, které bylo použito pro optická i pneumatická měření v minikanálu o délce 100 mm, šířce 100 μm a výšce 2 mm, stejně jako experimentální metody použité pro vyšetření parametrů proudu. Výsledky experimentálních měření byly porovnány s výsledky numerické simulace a byla provedena diskuse dosažených výsledků s důrazem na rozdíly ve zjištěné hodnotě součinitele povrchového tření v blízkosti výstupu.

V dalších fázích výzkumu budou provedena další experimentální měření a numerické simulace pro minikanály s výškou nižší než 2 mm, aby mohl být sledován vliv zmenšujících se rozměrů na povrchové tření. Dále bude upraveno měřicí zařízení pro možnost měření celkového tlaku na výstupu z minikanálu a pro dostatečně velké rozměry i uvnitř výstupní části minikanálu. Také bude prostudována možnost použití sond pro měření povrchového tření. Například takové jaká je uvedena v [8].

Seznam symbolů

$\alpha^{\text{eff.}}$	efektivní tepelná difuzivita	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
λ	střední volná dráha molekul	m
ω	specifická rychlost disipace	s^{-1}
ρ	hustota	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
τ_w	tečné napětí	Pa
$\tau_{ij}^{\text{eff.}}$	efektivní tenzor smykových napětí	Pa
ν	Poissonova konstanta	1
ξ	ztrátový součinitel klidového tlaku	1
ζ	ztrátový součinitel kinetické energie	1
A	plocha průřezu	m^2
c_p	měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

D_h	hydraulický průměr	m
e_0	měrná klidová vnitřní energie	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$
f	součinitel tření	1
G	plošná hustota toku hmotnosti	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$
h	měrná entalpie	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$
h_0	měrná klidová entalpie	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$
k	turbulentní kinetická energie	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
Kn	Knudsenovo číslo	1
L	charakteristický rozměr	m
\dot{m}	tok hmotnosti	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$
M	Machovo číslo	1
M_*	bezrozměrová rychlost definovaná rovnicí (17)	1
n	polytropický exponent	1
p	statický tlak	Pa
p_0	klidový tlak	Pa
r	měrná plynová konstanta	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Re	Reynoldsovo číslo	1
s	měrná entropie	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
T	termodynamická teplota	K
u	rychlost proudu	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
y^+	bezrozměrná vzdálenost od stěny	1

Literatura

- [1] J. Amecke a P. Šafařík. Data reduction of wake flow measurements with injection of an other gas. Zpráva č. 95-32, Forschungsbericht DLR, Göttingen, Germany, 1995.
- [2] R. Dvořák. Supersonic-subsonic transition in relatively narrow channels. *Journal of Thermal Science*, (4):311–315, 2000.
- [3] S. G. Kandlikar, S. Garimella, D. Li, S. Colin, a M. R. King. *Heat Transfer and Fluid Flow in Minichannels and Microchannels*. Elsevier Ltd, 2006.
- [4] K. Kleinberg. Aerodynamická měření M. Z. interferometrem. Zpráva č. Z-239/67, Ústav termomechaniky AV ČR, v.v.i., Praha, 1967.
- [5] M. Luxa, R. Dvořák, D. Šimurda, a J. Vimmr. Gas flow in constant area minichannels. In *10th International Symposium on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flows - ISAIF 10*, strany 52–58, Vrije Universiteit Brussel, 2011.
- [6] F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8):1598–1605, August 1994.
- [7] A. H. Shapiro. *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow. Vol. I*. The Ronald Press Company, New York, 1953.
- [8] V. Tesař. A skin friction sensor suitable for extreme conditions. *Flow Measurement and Instrumentation*, 33:228–238, 2013.