

# Měření rychlosti a frekvence vzduchu v syntetizovaném proudu

Erik Flídr

Vedoucí práce: Prof. Ing. Pavel Šafařík, CSc., Ing. Zdeněk Trávníček, CSc., Ing. Zuzana Broučková.

## **Abstrakt**

*Práce se zabývá vyhodnocením rezonančních frekvencí syntetizovaných proudů vzduchu pro různé výstupní otvory. K vyhodnocení rezonančních frekvencí byl použit jednak teoretický výpočet, dále experimentální metody založené na měření rychlosti pomocí anemometru se žhaveným drátkem v režimu CTA (Constant Temperature Anemometry), Pitotovy sondy a měření reakční síly vyvolané syntetizovaným proudem pomocí laboratorní váhy.*

## **Klíčová slova**

*Syntetizovaný proud, frekvenční charakteristika*

## **1. Úvod**

Pro tvorbu syntetizovaných proudů se využívají zařízení, která se nazývají generátory syntetizovaných proudů. Schéma generátoru syntetizovaného proudu je na Obr. 1. Syntetizovaný proud je proud tekutiny, který je vyvoláván periodickým pohybem membrány v uzavřené dutině, která je propojena s okolím vhodným výstupním otvorem. V otvoru je velikost časově střední rychlosti proudění tekutiny nulová, avšak způsob nasávání a vyfukování tekutiny z dutiny skrz výstupní otvor umožňuje tvorbu proudu s nenulovou složkou rychlosti ve větší vzdálenosti od otvoru [1].

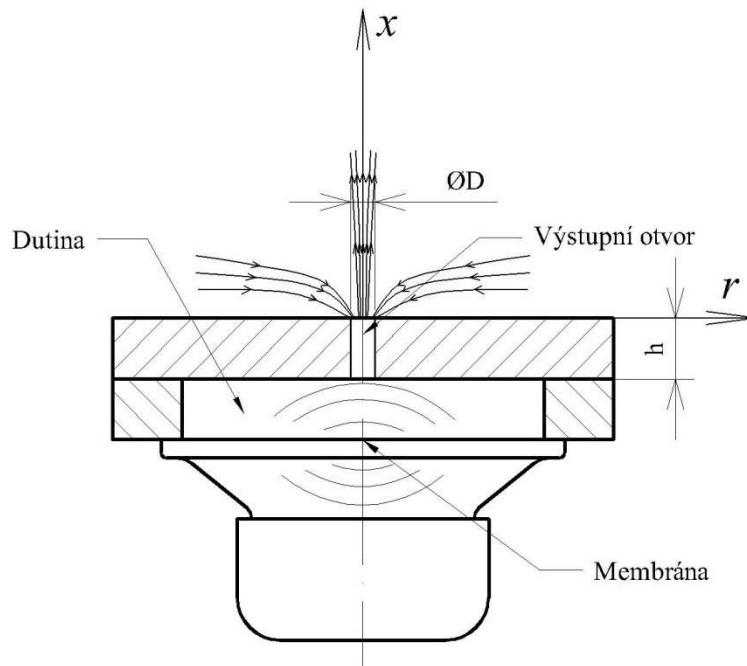
## **2. Parametry**

### **2.1 Délková měřítka**

Pro popis syntetizovaného proudu existují dvě charakteristická délková měřítka. Prvním je průměr otvoru  $D$  a druhým „délka zdvihu“  $L_0$  (v angličtině „stroke length“ viz [1]).

$$L_0 = U_0 T, \tag{1}$$

kde  $T$  je doba jedné periody a  $U_0$  je časově střední rychlost syntetizovaného proudu určená z vyfukovací části periody (značeno  $T_E$ ) v ústí generátoru [1].



**Obr. 1** Generátor syntetizovaného proudu

## 2.2 Rychlost proudění

Okamžitou výchylku membrány generátoru při oscilaci lze popsat periodickou funkcí sinus:

$$x = x_{\max} \sin(\omega t), \quad (2)$$

kde  $x_{\max}$  je maximální výchylka membrány v její ose,  $\omega$  je úhlová rychlost, kterou lze určit ze vztahu:

$$\omega = 2\pi f, \quad (3)$$

kde  $f$  je frekvence, což je převrácená hodnota periody  $T$ .

Rychlost membrány lze získat derivací výchylky podle času z rovnice (2):

$$\frac{dx}{dt} = v(t) = x_{\max} \omega \cos(\omega t), \quad (4)$$

z rovnice (4) je vidět, že membrána dosáhne maximální rychlosti  $v_{\max}$  při hodnotě  $\cos(\omega t) = 1$  a bude tedy  $v_{\max} = x_{\max} \omega$ . Z rovnice kontinuity pro nestlačitelné tekutiny lze rychlost tekutiny ve výstupním otvoru z dutiny určit vztahem:

$$u(t) = v(t) \left(\frac{D_D}{D}\right)^2, \quad (5)$$

kde  $D_D$  je průměr membrány. Rychlost  $u(t)$  má sinusový průběh a lze ji zapsat ve tvaru:

$$u(t) = u_{max} \sin(\omega t), \quad (6)$$

kde  $u_{max}$  je maximální velikost rychlosti proudu. V případě ideálního sinusového průběhu a za předpokladu že  $T_E = 0,5 \cdot T$  lze časově střední rychlost proudu získat integrací rovnice (6):

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^{T_E} u(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} u_{max}^2 \sin(\omega t) dt = \frac{u_{max}}{\pi}, \quad (7)$$

Časově střední rychlost je v tomto případě vyjádřena pomocí rychlosti  $u(t)$ , která je v ose proudu.

### 2.3 Průtočná hybnost proudu

Odvození průtočné hybnosti proudu vychází z předpokladu, že se tekutina v otvoru i jejím okolí chová jako píst (v angličtině „slug flow model“ viz [2]), což znamená, že rychlostní profil proudu v ústí výstupního otvoru má obdélníkový průřez. Průtočná hybnost je obecně dána vztahem:

$$M = 2\pi\rho \int_0^{+\infty} u^2 r dr, \quad (8)$$

kde  $\rho$  je hustota proudící tekutiny,  $A$  je průřez otvoru a  $u(t)$  je rychlost v ose proudu. Za předpokladu, že výslednou hybnost ovlivňuje tekutina pouze při vyfukování, bude horní mez pro integraci opět  $T_E$ , jako u výpočtu časově střední rychlosti proudu. Dosazením za  $u(t)$  z rovnice (6) a následnou integrací vyjde vztah pro průtočnou hybnost:

$$M = \frac{1}{T} \int_0^{T_E} \rho A u^2(t) dt = \frac{\rho A}{T} u_{max}^2 \int_0^{T_E} \sin^2(\omega t) dt. \quad (9)$$

Za předpokladu  $T_E = 0,5 \cdot T$  a dosazením za plochu otvoru  $A$  vyjde pro průtočnou hybnost proudu vztah:

$$M = \rho \left( \frac{U_0 \pi}{2} \right)^2 \frac{\pi D^2}{4}. \quad (10)$$

### 2.4 Rezonanční chování syntetizovaného proudu

Vyhodnocení teoretické rezonanční frekvence proudu vychází ze zákona zachování energie, kdy se potenciální energie membrány přeměňuje v kinetickou energii proudu. Dalším předpokladem odvození je nestlačitelnost tekutiny. Toto odvození a další možnosti získání rezonanční frekvence jsou uvedeny v [3,4]:

$$f_{rteor} = \frac{1}{2\pi} \frac{D}{D_D} \sqrt{\frac{K_p}{\rho L_e}}, \quad (11)$$

kde  $\rho$  je hustota kmitající tekutiny,  $K_p$  je tuhost membrány,  $L_e$  je efektivní délka otvoru (výška kmitajícího sloupce tekutiny) která se spočte vztahem [5]:

$$L_e = h + \frac{8}{3\pi} D. \quad (12)$$

### 3. Podobnostní kritéria

#### 3.1 Reynoldsovo číslo

Reynoldsovo číslo je podobnostní kritérium, které určuje vztah mezi třecími a setrvačnými silami [6]. Nejčastěji se uvádí ve tvaru:

$$Re = \frac{U_0 D}{\nu}, \quad (13)$$

kde  $\nu$  je kinematičká viskozita.

#### 3.2 Strouhalovo číslo

Strouhalovo číslo dává do poměru impulzní a setrvačné síly [6]. Nejčastěji se uvádí ve tvaru:

$$St = \frac{fD}{u_{\max}}, \quad (14)$$

kde  $f$  je frekvence.

### 4. Experimentální zařízení

V rámci této práce byly provedeny experimenty s osově symetrickým syntetizovaným proudem. Použitý generátor syntetizovaného proudu sestává z reproduktoru a válcové dutiny. Byl použit reproduktor Monacor SP-7/4S s membránou o průměru  $D_D = 53$  mm, jejíž tuhost byla  $K_p = 4,8 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$ . Uzavřená válcová dutina měla průměr 56 mm a výšku 10 mm, uzavřena byla deskou o tloušťce 10 mm s výstupním otvorem o průměru  $D = 4,1$  mm. Pro další měření byly do výstupního otvoru upevněny trubičky s vnitřním průměrem  $D = 3,12$  mm o délkách  $h = 54, 30$  a  $14,8$  mm. Celkem tedy byly zkoumány 4 varianty generátoru syntetizovaného proudu, které se lišily rozměry výstupního otvoru.

Reproduktor byl napájen sinusovým signálem o volených frekvencích. Signál byl na reproduktor přiváděn z generátoru funkcí FG7002C přes zesilovač BW-1120B.

Během měření byl udržován konstantní příkon (tj. konstantní zdánlivý příkon - součin proudu a napětí). K měření proudu a napětí byly použity dva digitální multimetry FAITHFUL FT-3900.

K měření reakční síly proudu byla použita laboratorní váha METTLER, Toledo, PR 8002DR s rozlišením 0,01g.

K vyhodnocení rychlosti syntetizovaného proudu byly použity dvě metody: měření pomocí Pitotovy sondy a měření pomocí anemometru se žhaveným drátkem.

Pitotova sonda použitá k měření byla ostrohranná trubka s vnějším průměrem 2 mm připojená na elektronický manometr Airflow PTSX-K1000. Výstupní napětí bylo odečítáno digitálním multimetrem Sinometr M-830B.

Anemometr se žhaveným drátkem DANTEC MiniCTA 55T30 s jednodrátkovou sondou (55P16) pracoval v režimu konstantní teploty CTA (*Constant Temperature Anemometry*). Vzorkovací frekvence byla 10 kHz, počet vzorků byl 32768.

#### 4.1 Měření rychlosti

Nejprve bylo provedeno měření pomocí anemometru se žhaveným drátkem v režimu CTA (v ústí, kde byla vyhodnocena rychlost proudění  $U_0$  a ve vzdálenosti  $x/D = 15$ ).

Měření Pitotovou sondou bylo prováděno ve dvou vzdálenostech od výstupního otvoru. Nejprve ve vzdálenosti  $x/D = 15$ . Poté byla nalezena vzdálenost od výstupního otvoru, kde rychlost proudu vzduchu vyhodnocená pomocí anemometru se žhaveným drátkem  $U_0$  přibližně odpovídá rychlosti vyhodnocované pomocí Pitotovy sondy.

#### 4.2 Měření reakční síly

Hlavním úkolem měření bylo dokázat, že metoda zjištění reakční síly pomocí laboratorní váhy a následné dopočítání rychlosti dle vztahu (10) podá dobře se shodující výsledek s měřením pomocí Pitotovy sondy nebo anemometru se žhaveným drátkem. Podnětem k výzkumu byl fakt, že při použití složitějšího tvaru výstupních otvorů nelze vždy k měření použít Pitotovu sondu nebo anemometr se žhaveným drátkem.

Pro vyhodnocení reakční síly byla použita metoda vážení. Při měření byl vypnutý generátor umístěn na laboratorní váhu. Váha byla následně vynulována. Po zapnutí generátoru byla vyhodnocována časově střední reakční síla, která se projevila jako zdánlivý nárůst hmotnosti generátoru. Z naměřených hodnot byla vyhodnocena síla, ze které byla na základě vztahu (10) vyhodnocena rychlost  $U_0$ .

#### 4.3 Měření impedance

K vyhodnocení rezonanční frekvence byla použita i impedance, která byla vypočtena vztahem:

$$R = UI, \quad (15)$$

kde  $U$  je napětí a  $I$  je proud.

### 5. Parametry provedených experimentů

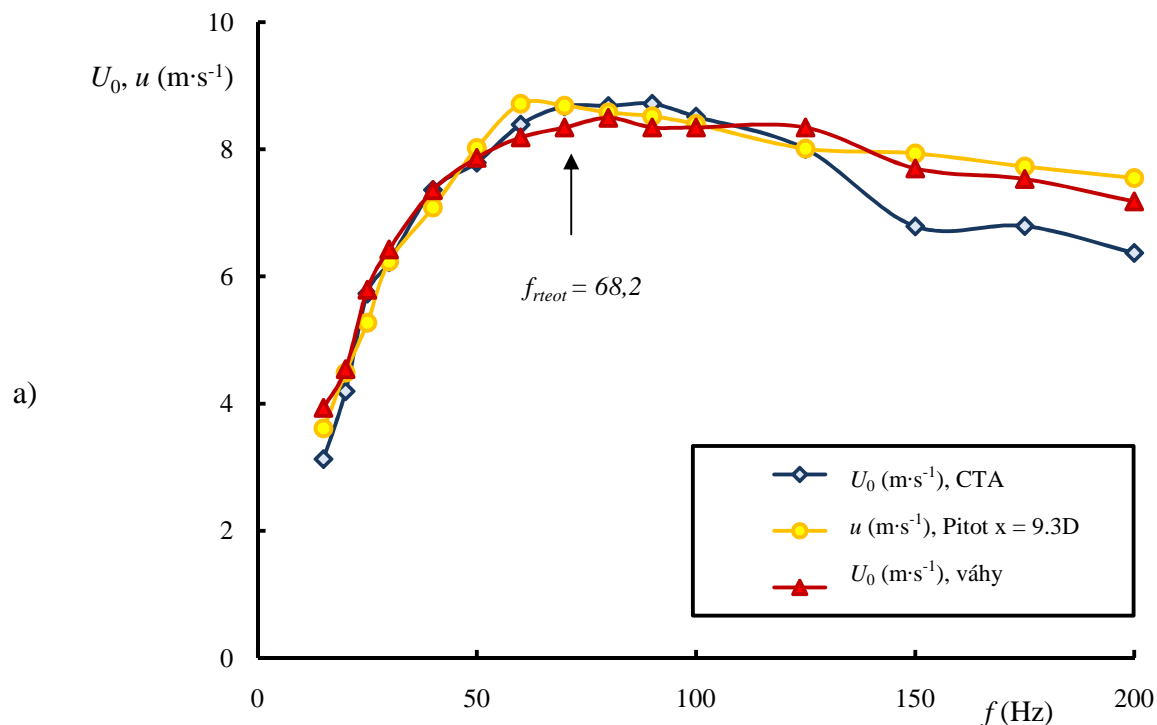
Experimentálně byly vyhodnocovány rezonanční charakteristiky syntetizovaných proudů pro čtyři různě dlouhé výstupní otvory s rozdílnými průměry  $D$ . Rezonanční charakteristiky byly vyhodnocovány v rozmezí  $f = 15$  až 200 Hz. Pro vyhodnocení rezonančních charakteristik syntetizovaných proudů pomocí impedance byla provedena další tři měření s menším konstantním příkonem, a to  $P = 0,1$  W. Ve všech případech byl proudícím médiem vzduch. Parametry provedených experimentů včetně spočtených teoretických rezonančních frekvencí jsou uvedeny v Tab. 1.

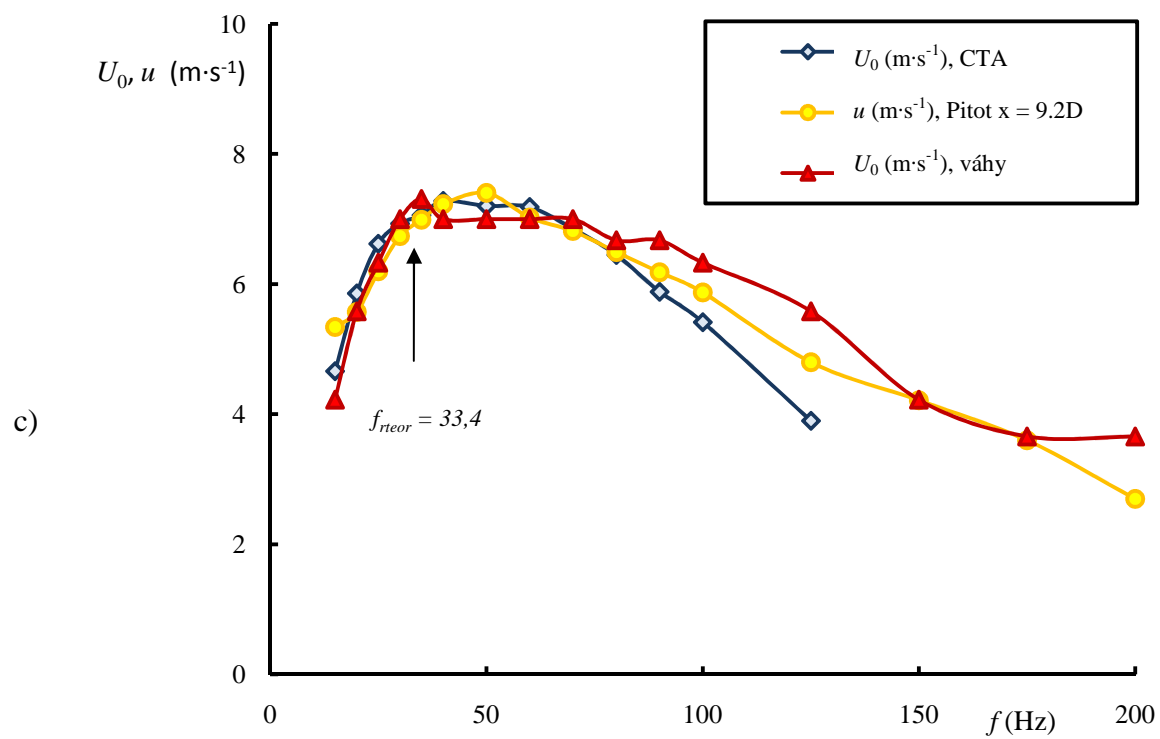
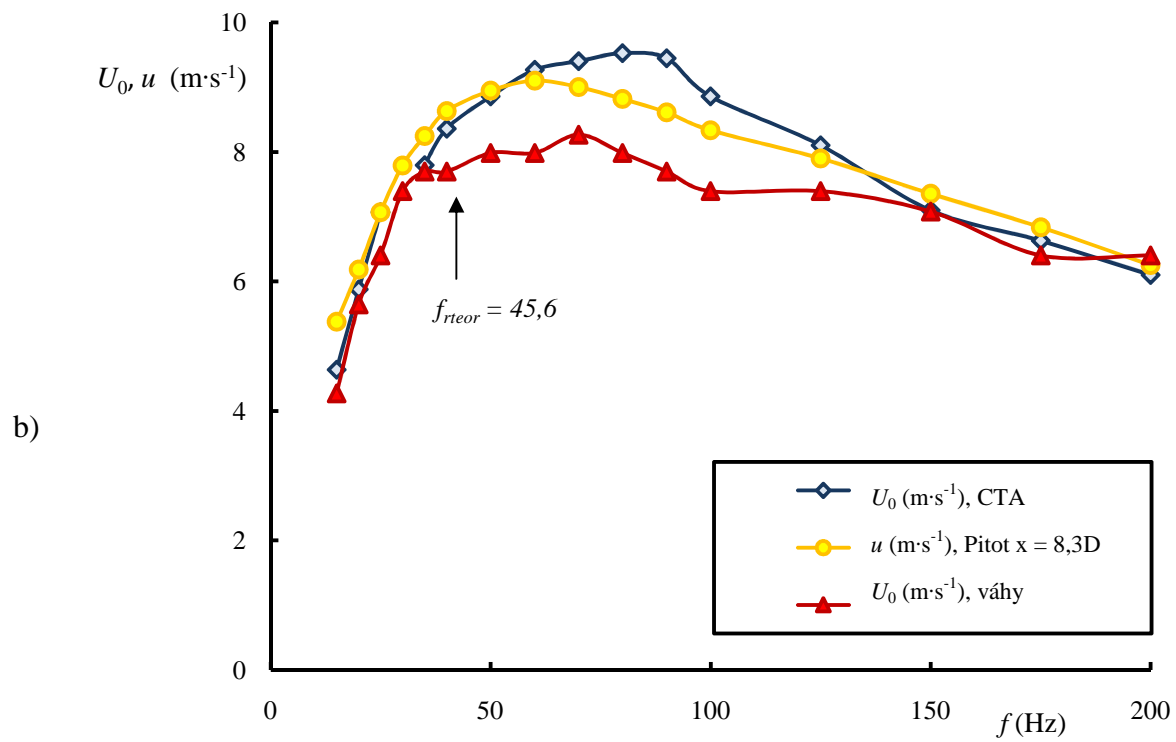
Tab. 1 Provedená měření

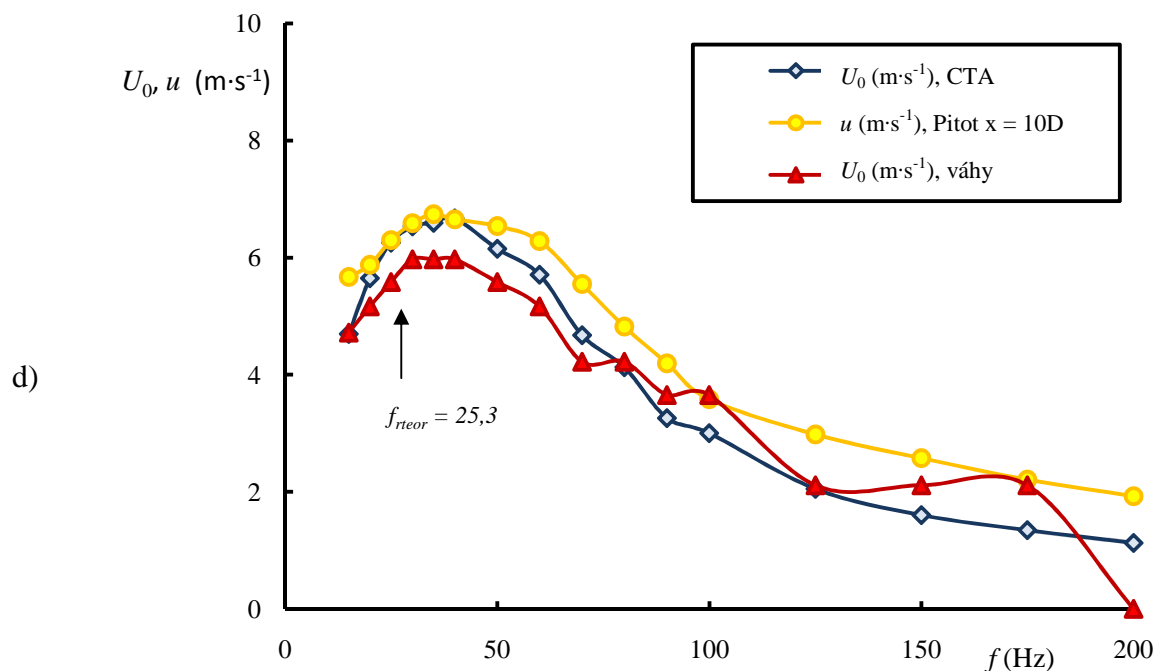
| $h$ (mm) | $\varnothing D$ (mm) | $P$ (W) | x/D, Pitot |    | x/D, CTA |    | $f_{\text{rteor}}$ (Hz) |
|----------|----------------------|---------|------------|----|----------|----|-------------------------|
| 10,0     | 4,10                 | 2,0     | 9,3        | 15 | 0        | 15 | 68,2                    |
| 14,8     | 3,12                 | 2,0     | 8,3        | 15 | 0        | 15 | 45,6                    |
| 30,0     | 3,12                 | 2,0     | 9,2        | 15 | 0        | 15 | 33,4                    |
| 54,0     | 3,12                 | 2,0     | 10,0       | 15 | 0        | 15 | 25,3                    |
| 10,0     | 4,10                 | 0,1     | x          | x  | x        | x  | 68,2                    |
| 14,8     | 3,12                 | 0,1     | x          | x  | x        | x  | 45,6                    |
| 30,0     | 3,12                 | 0,1     | x          | x  | x        | x  | 33,4                    |

## 6. Výsledky a diskuze

Na Obr. 2 jsou zobrazeny frekvenční charakteristiky získané pomocí anemometru se žhaveným drátkem v porovnání s hodnotami získanými Pitotovou sondou a rychlostmi získanými vztahem (10) ze změřených reakčních sil při příkonu  $P = 2$  W. Jak je vidět, metoda vážení poskytuje dobře se shodující výsledky s měřením anemometrem a Pitotovou sondou. V grafech jsou šipkami naznačeny dopočtené teoretické hodnoty rezonančních frekvencí syntetizovaných proudů podle rovnice (11).







**Obr. 2** Porovnání rychlostí měřených Pitotovou sondou, CTA a dopočtených rychlostí z vážení. Příkon byl 2W a) pro výstupní otvor  $h = 10$  mm a  $D = 4,10$  mm, b) pro výstupní otvor  $h = 14,8$  mm a  $D = 3,12$  mm, c) pro výstupní otvor  $h = 30$  mm a  $D = 3,12$  mm a d) pro výstupní otvor  $h = 54$  mm a  $D = 3,12$  mm.

Z naměřených dat byly vyhodnoceny tyto rezonanční frekvence pro jednotlivé délky výstupních otvorů.

Rovněž je z porovnání naměřených hodnot vidět, že rezonanční frekvence syntetizovaného proudu se s prodlužujícím se výstupním otvorem snižuje, což odpovídá rovnici (11).

Důvodem umístění sondy ve větších vzdálenostech od ústí výstupního otvoru je snaha minimalizovat nadsoudnění výsledků způsobenými velkými pulzacemi v ústí výstupního otvoru.

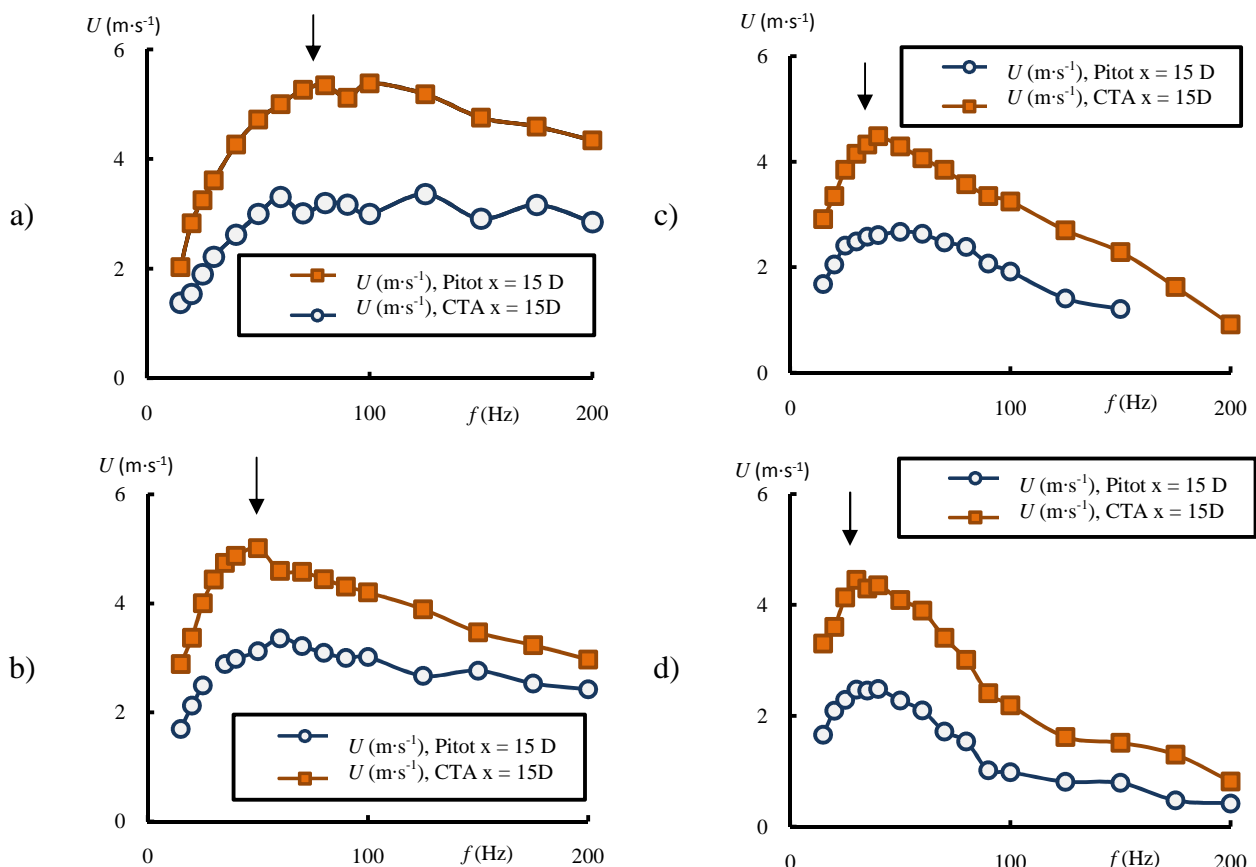
Vyhodnocení rezonančních frekvencí je uvedeno v Tab. 2.

**Tab. 2** Vyhodnocení rezonanční frekvence z  $U_0$

| h (mm) | metoda        |                 |                |                  |
|--------|---------------|-----------------|----------------|------------------|
|        | $f$ (Hz), CTA | $f$ (Hz), Pitot | $f$ (Hz), Váha | $f_{rteor}$ (Hz) |
| 10,0   | 75,0          | 70,0            | 75,0           | 68,2             |
| 14,8   | 80,0          | 60,0            | 50,0           | 45,6             |
| 30,0   | 40,0          | 50,0            | 55,0           | 33,4             |
| 54,0   | 40,0          | 35,0            | 35,0           | 25,3             |



Na Obr. 3 jsou porovnány hodnoty rychlostí syntetizovaných proudů měřených Pitotovou sondou a anemometrem se žhaveným drátkem ve vzdálenosti od ústí výstupního otvoru  $x = 15D$ . Příkon při měření byl opět  $P = 2$  W. Šipky v grafech znázorňují teoretické rezonanční frekvence spočtené vztahem (11).



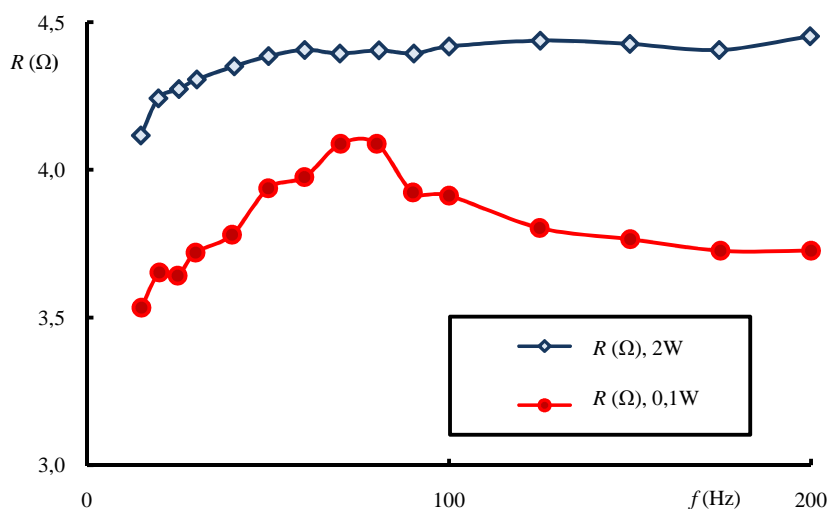
**Obr. 3** Porovnání rychlostí měřených Pitotovou sondou a CTA ve vzdálenosti  $15D$  od výstupního otvoru s příkonem  $P = 2$  W a) pro výstupní otvor  $h = 10$  mm a  $D = 4,10$  mm, b) pro výstupní otvor  $h = 14,8$  mm a  $D = 3,12$  mm, c) pro výstupní otvor  $h = 30$  mm a  $D = 3,12$  mm a d) pro výstupní otvor  $h = 54$  mm a  $D = 3,12$  mm.

Vyhodnocení rezonančních frekvencí z měření anemometrem v režimu CTA a Pitotovou sondou ve vzdálenosti od výstupního otvoru  $x = 15D$  je na Obr. 3. Vyhodnocené rezonanční frekvence jsou uvedeny v Tab. 3.

**Tab. 3** vyhodnocení rezonančních frekvencí v  $x/D = 15$

|        | metoda        |                 |                        |
|--------|---------------|-----------------|------------------------|
| h (mm) | $f$ (Hz), CTA | $f$ (Hz), Pitot | $f_{\text{teor}}$ (Hz) |
| 10,0   | 70,0          | 75,0            | 68,2                   |
| 14,8   | 50,0          | 45,0            | 45,6                   |
| 30,0   | 50,0          | 35,0            | 33,4                   |
| 54,0   | 30,0          | 25,0            | 25,3                   |

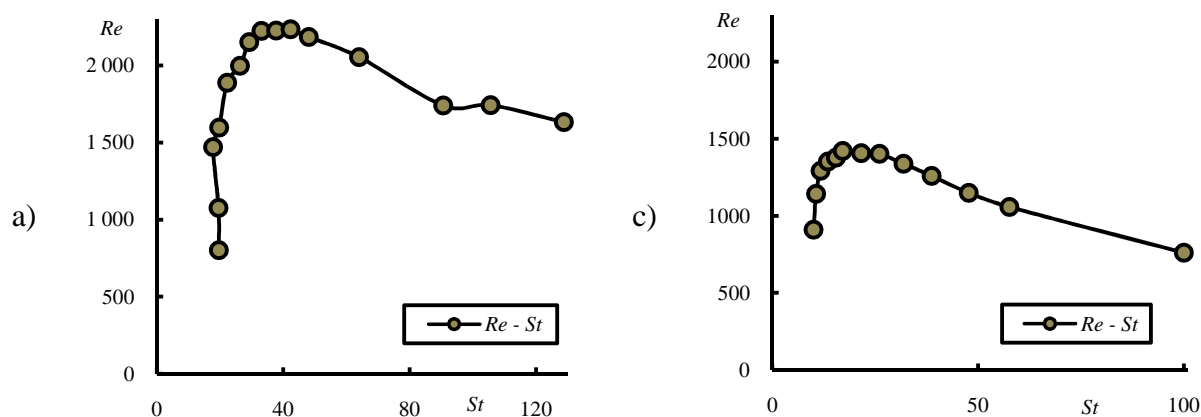
Obr. 4 ukazuje výsledky vyhodnocení impedance generátoru pro příkony  $P = 2 \text{ W}$  a  $0,1 \text{ W}$ . Impedance pro příkon  $P = 2 \text{ W}$  nemá lokální maximum a se zvyšující se frekvencí generátoru pozvolna narůstá. Oproti tomu, impedance při příkonu  $P = 0,1 \text{ W}$  vykazuje maximum při frekvenci  $75 \text{ Hz}$ , což přibližně odpovídá rezonanční hodnotě generátoru. Vysvětlení tohoto rozporu vyplývá z použitého modelu pístového toku s předpokladem nestlačitelné tekutiny. Zvýšení výkonu je spojeno se zvýšením rozkmitu membrány a možným nelineárním chováním její tuhosti (tuhost membrány  $K_p$  je v použitém modelu považována za konstantní). Obr. 4 vypovídá o tom, jak jsou výše uvedené předpoklady splněny pouze při nižším příkonu  $P = 0,1 \text{ W}$ . Při tomto nižším příkonu křivka vykazuje rezonanční charakter, podobně jako výsledky v práci [2].

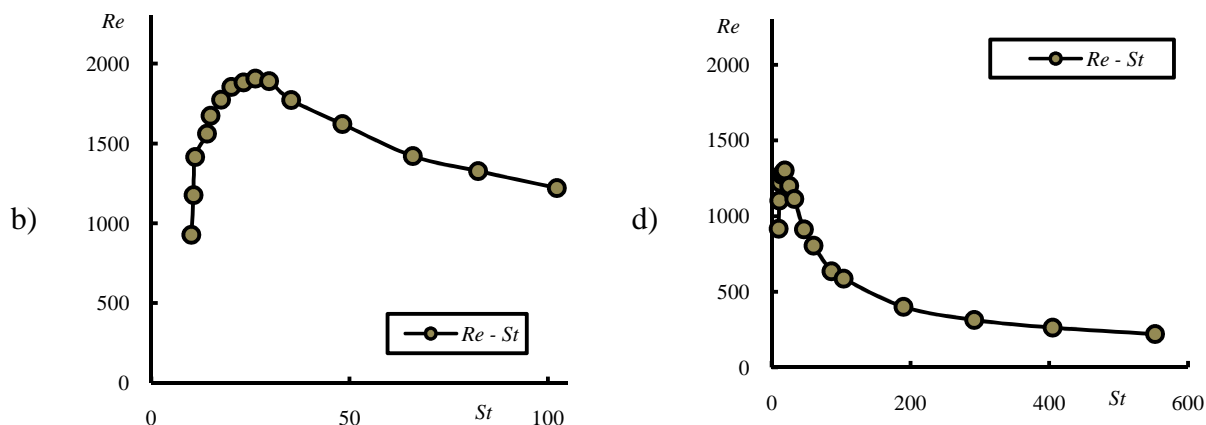


**Obr. 4** Vyhodnocení rezonanční charakteristiky pomocí impedance pro délku výstupního otvoru  $h = 10 \text{ mm}$ ,  $D = 4,12 \text{ mm}$  a příkony  $P = 0,1$  a  $2 \text{ W}$ .

**Na**

Obr. 5 jsou zobrazeny závislosti Reynoldsových čísel na číslech Strouhalových pro všechny případy s příkonem  $2 \text{ W}$  z Tab. 1.





**Obr. 5** Závislost Reynoldsova a Strouhalova čísla pro a) pro výstupní otvor  $h = 10$  mm,  $D = 4,10$  mm a příkon 2 W, b) pro výstupní otvor  $h = 14,8$  mm,  $D = 3,12$  mm a příkon 2 W, c) pro výstupní otvor  $h = 30$  mm,  $D = 3,12$  mm a příkon 2 W a d) pro výstupní otvor  $h = 54$  mm,  $D = 3,12$  mm a příkon 2 W.

## 7. Závěr

Práce se zabývala frekvenčními charakteristikami syntetizovaných proudů pro různé délky výstupních otvorů, respektive pro jejich různé průměry. Frekvenční charakteristiky byly získány experimentálně. Byly použity tři metody: měření rychlosti pomocí anemometru se žhaveným drátkem v režimu konstantní teploty, měření rychlosti pomocí Pitotovy sondy a měření reakční síly vyvolané proudem. Výsledky měření získané všemi použitými metodami se velmi dobře shodují. Rovněž bylo ukázáno, že spočtené teoretické rezonanční frekvence dobře odpovídají provedeným měřením.

*Tato práce vznikla při řešení projektu GA ČR (14-08888S), s podporou na dlouhodobý koncepční rozvoj výzkumné organizace RVO:61388998 a s podporou projektu TAČR – Centra kompetence, kód projektu TE01020036.*

## 8. Seznam symbolů

|                   |   |  |
|-------------------|---|--|
| $A$               | plocha výstupního otvoru  | $(\text{mm}^2)$                              |
| $CTA$             | anemometr se žhaveným drátkem v režimu konstantní teploty drátku<br>(Constant Temperature Anemometry) |  |
| $D$               | průměr výstupního otvoru  | $(\text{mm})$                                |
| $D_D$             | průměr membrány reproduktoru  | $(\text{mm})$                                |
| $f$               | frekvence   | $(\text{Hz})$                                |
| $f_{\text{teor}}$ | teoretická rezonanční frekvence dle vztahu (11)   | $(\text{Hz})$                                |
| $h$               | délka výstupního otvoru   | $(\text{mm})$                                |
| $K_p$             | tuhost membrány   | $(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$              |
| $L_E$             | výška kmitajícího sloupce tekutiny  | $(\text{mm})$                                |
| $L_0$             | délka zdvihu (anglicky „stroke length“)   | $(\text{mm})$                                |
| $M$               | průtočná hybnost  | $(\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$ |
| $P$               | příkon  | $(\text{W})$                                 |
| $p_{\text{bar}}$  | barometrický tlak   | $(\text{Pa})$                                |
| $t$               | čas   | $(\text{s})$                                 |
| $T$               | perioda   | $(\text{s})$                                 |

|            |  |                       |
|------------|--|-----------------------|
| $T_E$      | vyfukovací část periody                        | (s)                   |
| $u(t)$     | rychlost syntetizovaného proudu                | (m·s <sup>-1</sup> )  |
| $u_{\max}$ | maximální rychlost syntetizovaného proudu      | (m·s <sup>-1</sup> )  |
| $U_0$      | časově střední rychlost syntetizovaného proudu | (m·s <sup>-1</sup> )  |
| $v(t)$     | rychlost membrány reproduktoru                 | (m·s <sup>-1</sup> )  |
| $v_{\max}$ | maximální rychlost membrány reproduktoru       | (m·s <sup>-1</sup> )  |
| $x$        | výchylka membrány reproduktoru                 | (m)                   |
| $x_{\max}$ | maximální výchylka membrány reproduktoru       | (m)                   |
| $\nu$      | kinematická viskozita                          | (m·s <sup>-2</sup> )  |
| $\rho$     | hustota vzduchu                                | (kg·m <sup>-3</sup> ) |
| $\omega$   | úhlová rychlost                                | (s <sup>-1</sup> )    |
| $Re$       | Reynoldsovo číslo dle (13)                     | (1)                   |
| $St$       | Strouhalovo číslo dle (14)                     | (1)                   |

## 9. LITERATURA

- [1] Smith B.L., Glezer A., The formation and evolution of synthetic jets. *Physics of Fluids*, Vol. 10, no. 9, str. 2281 – 2297, 1998.
- [2] Broučková Z., Trávníček Z., Visualization study of hybrid synthetic jets. Proceedings of 16th International Symposium on Flow Visualization. June 24-28, 2014 Okinawa, Japan. (v oponentním řízení).
- [3] Kordík J., Trávníček Z., Šafařík P., Parametric study of the resonance frequency of synthetic jet actuators. str. 57-58, in: *Developments in Machinery Design and Control*, book of extended, Ed: Peszyński K., září 9–12, 2008, Nowogród, Poland.
- [4] Kordík J., Šafařík P., Trávníček Z., Úpravy generátorů syntetizovaných proudů pro přestup tepla. *Proceeding of Students' Work in the Year 2008/2009*, FS ČVUT Praha, 2009.
- [5] Broučková Z., Řízení proudu vzduchu syntetizovaným proudem. ČVUT v Praze: 2010. 54 s.
- [6] Noskovič, J., et al.: *Mechanika tekutin*. 1. vyd. Praha: SNTL 1987, 356 s. ISBN 3-540-61652-7