Komplexní přístup k problematice zpětného odpružení při lisování kompozitů s termoplastickou matricí

Ing. Zdeněk Padovec

Vedoucí práce: Prof. Ing. Milan Růžička, CSc.

Abstrakt

Prezentovaný příspěvek se zabývá komplexním pohledem na řešení problematiky zpětného odpružení kompozitních desek s termoplastickou matricí. Jsou porovnány dva typy analytických materiálových modelů (přímá vlákna vs. zvlněná vlákna – tkanina), analytický model s numerickým konečně prvkovým výpočtem a tři typy hi-tech matric (PPS, PEEK, PEKK). V práci jsou popsány rozdíly pro jednotlivé modely (analytické i numerické), klasická laminační teorie, která je rozšířena o vztahy po tloušťce kompozitu a úprava pro desky s jednou nebo dvěma křivostmi. Vypočítané hodnoty jsou verifikovány s naměřenými daty od výrobce (jen PPS matrice) Letov Letecká Výroba s.r.o a s experimentem provedeným ve spolupráci s Laboratoří Biomechaniky Člověka, FS ČVUT v Praze.

Klíčová slova

Zpětné odpružení; termoplastická matice; kompozit; analytický výpočet; numerický výpočet.

1. Úvod

Použití hi-tech termoplastických matric (PPS, PEEK, PEKK) roste v uhlíkem vyztužených kompozitech především v aplikacích pro letecký průmysl. Termoplasty mají řadu výhod během výroby proti termosetům, což umožňuje použít optimalizovanou technologii výroby kovových materiálu (například lisování). Zvýšená teplota při výrobním procesu však vede ke zvýšení zbytkových napětí a s nimi souvisejícími změnami tvaru finálního výrobku. Proto je nutné zabývat se predikcí těchto tvarových změn za účelem dosažení přesnějšího výrobku.

Vlastní změny rozměrů souvisí s celou řadou parametrů, jako je například úhel součásti, tloušťka stěny, skladba, délka pásnice, rychlost chlazení, drsnost povrchu formy, materiál formy, atd...[1]. Jednou z těchto rozměrových změn je zpětné odpružení úhlové sekce (Obr.1).



Obr. 1. Zpětné odpružení části tvaru U.

Aby byl zachován požadovaný úhel kompozitní části, je nutné modifikovat tvářecí nástroj. Formy jsou většinou navrhovány odhadem z předešlé zkušenosti nebo metodou pokus/omyl. Modifikace úhlu se většinou pohybuje od 1° do 3°. Nejběžnějším problémem zpětného odpružení je fakt, že závisí na mnoha parametrech, což znamená, že nelze použít obecné pravidlo, které by postihlo všechny případy. Z toho důvodu byl vyvinout analytický model, který umožňuje rychlou operativní změnu parametrů a výpočet zpětného odpružení pro jakoukoliv skladbu a kombinaci materiálu.

2. Materiálový model tkanin

Protože tkaniny mají pravidelnou strukturu, je možné nahradit jejich vlastnosti vlastnostmi typického elementu, který se v tkanině opakuje. Pro výpočet termoelastických vlastností potřebujeme znát

- hmotnost tkaniny $M [g/cm^2]$
- dostavu *n* [1/cm]
- tloušťku tkaniny h [mm]
- materiál osnovy a útku
- typ vazby

Nejběžnější typy vazeb jsou plátnová, keprová a atlasová (Obr.2). V každém druhu vazby je možné najít oblast, která se pravidelně opakuje. Analýzou oblasti obdržíme tři typy elementů, které charakterizují vazbu (Obr.3). Rozměry elementu jsou popsány rovnicemi (3-6).



Obr. 2. Typy vazeb - plátno, kepr, atlas.



Obr. 3. Rozměry a typy elementů [2].

Element I má obě vlákna zvlněná a je typickým elementem pro plátnovou vazbu, element II má obě vlákna přímá a element III má alespoň jedno vlákno zvlněné. Dá se ukázat, že vhodnou skladbou elementů I a II se dá složit keprová a atlasová vazba [2]. Element I je základním elementem, ostatní dva jsou jen jeho speciální případy. Pro výpočet termoelastických vlastností je nutné akceptovat následující předpoklady

- celková tloušťka elementu je dána součtem tloušťky vláken a matrice
- vazba tkaniny je těsná
- zvlnění vláken je pravidelné (sinusové) a vlákna jsou prismatická
- vlákna jsou v průřezu rovnoměrně rozložena
- matrice i vlákno jsou lineárně elastické, matrice je isotropní, vlákno transversálně isotropní
- teplota je stejná v celém objemu, neexistují zbytková napětí

Efektivní charakteristiky elementu se dají zapsat jako

$$S_{ij} = \frac{1}{2\Omega} \int_{-\Omega}^{\Omega} S_{ij}(\omega) d\omega \tag{1}$$

kde S_{ij} jsou prvky matice poddajnosti a Ω je maximální hodnota úhlu ω , což je úhel zvlnění pramenců osnovy (respektive útku) a záleží šířce a výšce pramenců [2]

$$\Omega_1 = \operatorname{arctg} \frac{\pi h_2}{2t_2} \tag{2}$$

kde t_2 je šířka pramenců ve směru útku a h_2 je výška pramenců ve směru útku (index 2 je pro útek, index 1 pro osnovu).

$$t_2 = \frac{100}{n_y} \tag{3}$$

$$h_2 = h - h_1 \tag{4}$$

kde n_y je hodnota dostavy ve směru útku (hodnota 100 v čitateli zlomku znamená 100 mm, je zde proto, že v materiálovém listu je hodnota dostavy uváděny většinou na 10 cm, ale náš model počítá s hodnotou dostavy na 1 cm), h je celková tloušťka tkaniny a h_1 je tloušťka pramenců ve směru osnovy

$$h_1 = \frac{\xi t_2 h}{t_1 + \xi t_2} \tag{5}$$

kde ξ je poměr průřezových ploch vláken v osnově a útku ($\xi = 1$ pokud je dostava ve směru osnovy a útku stejná) a t_1 je šířka pramenců osnovy

$$t_1 = \frac{100}{n_x} \tag{6}$$

kde n_x je hodnota dostavy ve směru osnovy. Jelikož se v modelu zaměřujeme pouze na vliv úhlu zvlnění vláken, můžeme tloušťku matrice považovat za konstantní ($h_3=0$).

Pro keprovou nebo atlasovou vazbu se dají efektivní charakteristiky zapsat jako střední hodnota matice poddajnosti

$$\bar{S} = \frac{iS_I + jS_{II}}{i+j} \tag{7}$$

kde *i* a *j* jsou počty elementů I a II.

Geometrie zvlnění vláken je ukázána na následujících rovnicích pro charakteristiky ve směru osnovy (index 1) s úhlem vinutí θ =0° (viz Obr.1). Po integraci rovnice (1) a nahrazení goniometrických funkcí prvním členem Taylorova rozvoje obdržíme efektivní charakteristiky pro směr osnovy [2]

$${}^{1}E_{\chi} = \frac{E_{L}}{1 + \frac{\Omega^{2}}{3} \left[\frac{E_{L}}{G_{LT}} - 2(1 + v_{LT}) \right]}$$
(8)

$${}^{1}E_{y} = E_{T}$$
(9)

$${}^{1}v_{yx} = v_{TL} + (v_{TT'} - v_{TL})\frac{\Omega^{2}}{3}$$
(10)

$${}^{1}G_{xy} = \frac{G_{LT}}{1 + \frac{\Omega^{2}}{3} \left(\frac{G_{LT}}{G_{TT}} - 1\right)}$$
(11)

$${}^{1}\alpha_{x} = \alpha_{L} + \frac{\Omega^{2}}{3}(\alpha_{T} - \alpha_{L})$$
(12)

$${}^{T}\alpha_{y} = \alpha_{T} \tag{13}$$

$${}^{1}E_{Z} = \frac{E_{T}}{1 + \frac{\Omega^{2}}{3} \left[\frac{E_{T}}{G_{LT}} - 2(1 + \upsilon_{TL}) \right]}$$
(14)

$${}^{1}G_{XZ} = \frac{G_{LT}}{\left[\frac{G_{LT}}{E_{L}}(1+2v_{LT}) + \frac{G_{LT}}{E_{T}} - 1\right]^{\frac{4\Omega^{2}}{3}} + 1}$$
(15)

$${}^{1}G_{yz} = \frac{G_{TT}}{1 + \frac{\Omega^{2}}{3} \left(\frac{G_{TT}}{G_{LT}} - 1\right)}$$
(16)

$${}^{1}v_{yz} = v_{TT'} + (v_{TL} - v_{TT'})\frac{\Omega^{2}}{3}$$
(17)

$${}^{1}v_{xz} = E_{x} \left[\frac{v_{LT}}{E_{L}} - \left(\frac{1}{E_{L}} + \frac{1}{E_{T}} + \frac{2v_{LT}}{E_{L}} - \frac{1}{G_{LT}} \right) \frac{\Omega^{2}}{3} \right]$$
(18)

$${}^{1}\alpha_{z} = \alpha_{T} + \frac{\Omega^{2}}{3}(\alpha_{L} - \alpha_{T})$$
⁽¹⁹⁾

kde ¹*E*, ¹*G*, ¹*v*, a ¹*a* jsou Youngův modul pružnosti, smykový modul pružnosti, Poissonovo číslo a koeficient teplotní roztažnosti, indexy *x*, *y* a *z* souvisí se souřadnicovým systémem na Obr.1. Tyto efektivní charakteristiky jsou vypočítány z charakteristik pro přímá vlákna získaných směšovacím pravidlem (indexy *L*, *T* a *T*). Ω je úhel zvlnění vláken. Stejným způsobem je možné obdržet charakteristiky pro směr útku (index 2) a θ =90°. Pro ostatní úhly s orientací $\theta \neq (0^\circ, 90^\circ)$ jsou spočteny charakteristiky podle následující rovnice

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{v_{xy}}{E_x} & -\frac{v_{zx}}{E_z} & & \\ -\frac{v_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{v_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_{xz}}{E_x} & -\frac{v_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{0} & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT'}} & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix}$$
(20)

a prvky matice poddajnosti podle známých transformačních vztahů uvedených například v [3, 4]. Tyto vlastnosti slouží k výpočtu efektivních termoelastických charakteristik pomocí klasické laminační teorie a rovnic po tloušťce stěny kompozitní desky dané skladby (více viz [3, 4]).

3. Mikromechanika přímých vláken

Rozdíl mezi přímými a zvlněnými vlákny je v úhlu Ω (který je 0° pro přímá vlákna). Pokud je hodnota Ω =0°dosazena do rovnic (8-19), obdržíme termoelastické charakteristiky pro jednosměrný kompozit s přímými vlákny. Pro známý objemový podíl vláken $V_{\rm f}$ můžeme tyto charakteristiky spočítat dle [5]

$$E_L = V_f E_{fL} + (1 - V_f) E_m$$
(21)

$$E_T = \frac{E_m}{1 - \sqrt{V_f} \left(1 - \frac{E_m}{E_{fT}}\right)} \tag{22}$$

$$E_{\mathrm{T}'} = E_T \tag{23}$$

$$G_{LT} = \frac{G_m}{1 - \sqrt{V_f} \left(1 - \frac{G_m}{G_{f12}}\right)} \tag{24}$$

$$G_{TT'} = \frac{\frac{G_m}{G_m}}{1 - \sqrt{V_f} \left(1 - \frac{G_m}{G_{f_{22}}}\right)}$$
(25)

$$G_{LT\prime} = G_{LT} \tag{26}$$

$$\nu_{LT} = V_f \nu_f + (1 - V_f) \nu_m$$
(27)
$$\nu_{TT_f} = \frac{E_T}{1} - 1$$
(28)

$$y_{TT'} = \frac{z_T}{g_{TT'}} - 1$$
 (28)

$$\nu_{LT'} = \nu_{LT} \tag{29}$$

$$\alpha_I = \frac{v_f \alpha_{fL} E_{fL} + (1 - V_f) \alpha_m E_m}{(30)}$$

$$\alpha_T = \alpha_{fT} \sqrt{V_f} + \left(1 - \sqrt{V_f}\right) \left(1 + \frac{V_f v_m E_m}{E_L}\right) \alpha_m \tag{31}$$

$$\alpha_{T'} = \alpha_T \tag{32}$$

kde indexy L, T a T' znamenají podélný směr, příčný směr a směr po tloušťce a index m a f znamenají matrici a vlákno.

4. Zpětné odpružení

Zpětné odpružení je rozměrová změna úhlu součásti, která nastává po vyjmutí laminátu z formy a ochlazení na okolní teplotu. Příčiny tohoto efektu byly popsány na začátku článku. Hlavní efekty, které jsou zahrnuté do analytického modelu, jsou teplotní roztažnost laminátu, smrštění matrice během vytvrzování (týká se jen matric, které během vytvrzování přechází z amorfní do krystalické fáze) a absorpce vlhkosti. Celková změna úhlu může být zapsána jako

$$\Delta \gamma = \Delta \gamma_t + \Delta \gamma_h + \Delta \gamma_c = \gamma \frac{\varepsilon_y^t - \varepsilon_z^t}{1 + \varepsilon_z^t} + \gamma \frac{\varepsilon_y^h - \varepsilon_z^h}{1 + \varepsilon_z^h} + \gamma \frac{\varepsilon_y^c - \varepsilon_z^c}{1 + \varepsilon_z^c}$$
(32)

kde $\Delta \gamma_t$ je změna úhlu vlivem teploty, $\Delta \gamma_h$ je změna úhlu vlivem absorpce vlhkosti a $\Delta \gamma_c$ je změna úhlu vlivem rekrystalizace. Relativní prodloužení (vlivem teploty, vlhkosti a rekrystalizace – indexy *t*, *h* a *c*) s indexem *y* jsou pro podélný směr a s indexem *z* jsou pro příčný (po tloušťce) směr [6]. Relativní prodloužení jsou vypočítána pomocí klasické laminační teorie a rovnic pro charakteristiky po tloušťce laminátu. Finální vztahy mají tvar

$$\begin{pmatrix} N_x^{thc} \\ N_y^{thc} \\ N_x^{thc} \\ N_x^{thc} \\ M_y^{thc} \\ M_y^{thc} \\ M_y^{thc} \\ M_x^{thc} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \\ \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^{0,thc} \\ \varepsilon_y^{0,thc} \\ \varepsilon_y^{0,thc} \\ \varepsilon_y^{0,thc} \\ \varepsilon_y^{0,thc} \\ \varepsilon_x^{thc} \\ \varepsilon_y^{thc} \\ \varepsilon_x^{thc} \\ \varepsilon_y^{thc} \\ \varepsilon_y^$$

kde A_{ij} , B_{ij} a D_{ij} jsou obecně známé prvky matic tahové, vazební a ohybové tuhosti a výslednice N_i^{thc} , M_i^{thc} jsou definovány jako

$$N_i^{thc} = \int Q_{ij} \varepsilon_i^{thc} dz \tag{34}$$

$$M_i^{thc} = \int Q_{ij} \varepsilon_j^{thc} z dz \tag{35}$$

kde integrační meze jsou od -H/2 do H/2. N_i^{thc} a M_i^{thc} mají stejný rozměr jako N_i a M_i a jsou to výslednice termo-hygro-krystalických jednotkových vnitřních sil a momentů, $\varepsilon_{ij}^{0,thc}$ a κ_{ij}^{thc} jsou poměrná prodloužení, respektive křivosti. Q je matice mimoosové tuhosti v souřadném systému L, T (viz Obr.1).

Poměrné prodloužení ve směru tloušťky je

$$\varepsilon_z^{thc} = \frac{\Delta H^{thc}}{H} \tag{36}$$

kde H je celková tloušťka kompozitní stěny a ΔH^{thc} je její změna vlivem termo-hygro-krystalického efektu

$$\Delta H^{thc} = \Delta H^t + \Delta H^h + \Delta H^c \tag{37}$$

Změna tloušťky vlivem teploty, vlhkosti a rekrystalizace je určena z následujících rovnic

$$\Delta H^{t} = \sum_{k=1}^{N} \left\{ \begin{bmatrix} S_{13} & S_{23} & S_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{q} \end{bmatrix}_{k} \left((z_{k} - z_{k-1}) \begin{bmatrix} \bar{Q} \end{bmatrix}_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \end{bmatrix} - \Delta T \begin{bmatrix} \alpha_{x} \\ \alpha_{y} \\ \alpha_{xy} \end{bmatrix}_{k} \right) + \frac{z_{k}^{2} - z_{k-1}^{2}}{2} \begin{bmatrix} \bar{Q} \end{bmatrix}_{k} \begin{bmatrix} \kappa_{x} \\ \kappa_{y} \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) (\Delta T (\alpha_{3})_{k}) \right\}$$
(38)

$$\Delta H^{h} = \sum_{k=1}^{N} \left\{ \begin{bmatrix} S_{13} & S_{23} & S_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{q} \end{bmatrix}_{k} \left((z_{k} - z_{k-1}) \begin{bmatrix} \bar{Q} \end{bmatrix}_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \end{bmatrix} - \Delta c \begin{bmatrix} \beta_{x} \\ \beta_{y} \\ \beta_{xy} \end{bmatrix}_{k} \right) + \begin{bmatrix} -z_{k-1}^{2} \begin{bmatrix} \bar{K}_{x} \\ \kappa_{x} \end{bmatrix} \right) \right\} + (z_{k} - z_{k-1}) \left[(\bar{Q} \end{bmatrix}_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \end{bmatrix} - \Delta c \begin{bmatrix} \beta_{x} \\ \beta_{y} \\ \beta_{xy} \end{bmatrix}_{k} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) \left[(\bar{Q} \end{bmatrix}_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \end{bmatrix} - \Delta c \begin{bmatrix} \beta_{x} \\ \beta_{y} \\ \beta_{xy} \end{bmatrix}_{k} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) \left[(\bar{Q} \end{bmatrix}_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \end{bmatrix} - \Delta c \begin{bmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \varepsilon_{xy}^{0} \end{bmatrix} \right) \right]$$

$$\frac{z_{k}^{2} - z_{k-1}^{2}}{2} [\bar{Q}]_{k} \begin{bmatrix} \kappa_{x} \\ \kappa_{y} \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} + (z_{k} - z_{k-1}) (\Delta c(\beta_{3})_{k}) \right\}$$

$$\Delta H^{c} = \sum_{k=1}^{N} \left\{ [S_{13} \quad S_{23} \quad S_{36}] [T_{q}]_{k} \left((z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi_{x} \\ \Phi_{y} \\ \Phi_{xy} \end{bmatrix}_{k} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi_{x} \\ \Phi_{y} \\ \Phi_{xy} \end{bmatrix}_{k} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi_{x} \\ \Phi_{y} \\ \Phi_{xy} \end{bmatrix}_{k} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi_{x} \\ \Phi_{y} \\ \Phi_{xy} \end{bmatrix}_{k} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi_{x} \\ \Phi_{y} \\ \Phi_{xy} \end{bmatrix}_{k} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi_{x} \\ \Phi_{y} \\ \Phi_{xy} \end{bmatrix}_{k} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y}^{0} \\ \varepsilon_{y} \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi_{x} \\ \Phi_{y} \\ \Phi_{xy} \end{bmatrix}_{k} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y}^{0} \\ \varepsilon_{y} \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi_{x} \\ \Phi_{y} \\ \Phi_{xy} \end{bmatrix} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y}^{0} \\ \varepsilon_{y} \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi_{x} \\ \Phi_{y} \\ \Phi_{xy} \end{bmatrix} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{y} \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi_{x} \\ \Phi_{y} \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{y} \\ \varphi_{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varphi_{y} \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{y} \\ \varphi_{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varphi_{y} \\ \varphi_{y} \end{bmatrix} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{y} \\ \varphi_{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varphi_{y} \\ \varphi_{y} \end{bmatrix} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{y} \\ \varphi_{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varphi_{y} \\ \varphi_{y} \end{bmatrix} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{y} \end{bmatrix} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{y} \end{bmatrix} \right) + (z_{k} - z_{k-1}) [\bar{Q}]_{k} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{$$

$$\frac{z_k^2 - z_{k-1}^2}{2} \left[\bar{Q} \right]_k \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} + (z_k - z_{k-1}) (\Phi_3)_k \right\}$$

$$(40)$$

kde N_i je počet vrstev, S_{ij} jsou prvky matice poddajnosti, T_q je transformační matice, z je souřadnice příslušné vrstvy, \overline{Q} je transformovaná matice mimoosové tuhosti, ΔT je změna teploty, Δc je změna vlhkosti, α_{ij} je koeficient teplotní roztažnosti, β_{ij} je koeficient absorpce vlhkosti a ϕ_{ij} je koeficient smrštění vlivem rekrystalizace.

Pro námi analyzované desky s jednou křivostí je nutné provést následující úpravu rovnice (33) $\kappa_y^{thc} \Rightarrow \kappa_y^{thc} + \frac{1}{R_y} \left(\varepsilon_y^{thc} - \varepsilon_z^{thc} \right)$ (41)

pro desky s dvěma křivostmi navíc ještě

$$\kappa_x^{thc} \Rightarrow \kappa_x^{thc} + \frac{1}{R_x} \left(\varepsilon_x^{thc} - \varepsilon_z^{thc} \right) \tag{42}$$

kde R_x (respektive R_y) je rádius v daném směru.

5. Popis MKP modelu

V MKP softwaru ABAQUS/Cae. V programu ABAQUS byl vytvořen model (viz kapitola 7.1 a 7.2), který byl vysíťován elementy typu SOLID, konkrétně elementy 3D8I. Tyto elementy jsou vylepšenou verzí elementu 3D8. Mají navíc jeden stupeň volnosti, který umožňuje modelovat gradient posuvů po tloušťce elementu (elementy se chovají jako kvadratické, ale výpočtový čas je nižší). Tento element může být použit ve všech případech, kdy lineární elementy simulují ohyb (může být použit jen jeden element po tloušťce). Elementy jsou citlivé na zkřivení, což se projeví tím, že element je tužší. Pro porovnání s analytickým výpočtem a experimentem byly zvoleny dva materiálové modely:

- zadání skladby kompozitu plus termomechanické vlastnosti jednosměrné laminy (vypočtené pomocí klasické laminační teorie)
- zadání termomechanických vlastností celého kompozitu

Hodnoty termoelastických vlastnosti byly zatím zadávány pouze pro přímá vlákna. Koeficienty pro smrštění vlivem rekrystalizace byly zadávány, jako teplotně závislé koeficienty teplotní roztažnosti. Při ochlazení o 1°C jsou platné koeficienty pro smrštění vlivem rekrystalizace. Při následném ochlazení o 161°C (změna teploty 160°C) jsou platné koeficienty teplotní roztažnosti. Tímto způsobem lze simulovat oba vlivy ovlivňující zpětné odpružení – smrštění během rekrystalizace a změnu vlivem teploty. Pro první z materiálových modelů bylo nutné zadat lokální orientaci materiálových os v elementu pomocí metody "OFFSET TO NODES", aby byla respektována materiálová orientace i s měnícím se rámusem. Pole posuvů pro desku s jednou a dvěma křivostmi je vidět na Obr. 4 [6].



Obr. 4. Pole posuvů pro desku s jednou a dvěma křivostmi [6].

6. Experiment

Cílem měření bylo zachytit teplotní deformace uhlíkového kompozitu s termoplastickou matricí. Měření bylo provedeno ve spolupráci s Laboratoří Biomechaniky Člověka FS ČVUT v Praze. Při měření byla použita následující aparatura:

- Teplotní čidlo: PT100, CRZ Platinium Thin Film Element
- Bezdotykový infračervený měřič teploty FLUKE 574
- Laserový profilometr ScanControl LLT 2800-25
- Optické měření vzdálenosti CHRocodile M4

6.1 Popis měření

Vzorek byl ohříván v peci na cca 100°C a následně ochlazován při pokojové teplotě (25 – 27°C). Měření začínalo převážně na teplotě 95°C a bylo ukončeno na teplotě 35°C v délce 30 minut. Celkem bylo provedeno 7 měření ve čtyřech variantách. Vzorkovací frekvence laseru byla 20Hz a optických sond 32Hz. Relativní posun měřených bodů je vyhodnocen jako úhel natočení svislé části v jednotlivých časových krocích. Celkově bylo provedeno 6 bezdotykových měření na jednom vzorku PPS kompozitového L-profilu. Optické konfokální sondy CHRocodile M4 byly vzájemně ve stejné vzdálenosti a měřily vzdálenost vzorku od sondy. Výstupem měření je tedy vzdálenost měřeného povrchu od sondy v časovém okamžiku, který je vztažen k teplotě v daném čase na povrchu tělesa. Teplota na povrchu vzorku byla měřená bezdotykově. Současně s měřením optických sond probíhalo měření liniovým laserem ScanControl LLT, v prvních čtyřech případech snímal liniový senzor oblast

kolem rádiusu, v pátém měření svislou část měřeného vzorku a v posledním případě oblast po tloušť ce vzorku. Prvních pět měření (Varianta 1 a 2) liniovým laserem slouží pro ověření výsledků měření konfokálních sond, šesté měření (Varianta 3) má ověřit možnost měření smrštění vzorku po tloušťce touto metodou. Je nutné uvědomit si, že přesnost měřícího zařízení je v mikrometrech, to znamená, že měření zachycuje i drsnost povrchu. Na druhou stranu nám tato přesnost ztěžuje vyhodnocování měřených dat, a to jak svým objemem zápisu, tak i skutečností, že i když jsou sondy namířené na jedno místo po celou dobu měření, měřené místo není stejné – mění se s deformací vzorku. Proto jsou výsledky průměrnou hodnotou, nebo regresí na velkém množství výstupních dat. Neméně důležitá informace je, že i když jsou výsledky vyhodnocovány jako relativní, měřená data odpovídají absolutním hodnotám, to znamená, že v případě měření uhlů, jsou zpracovávána data, kde měřené posuvy odpovídají nejenom zavíraní L profilu, ale i jeho teplotnímu zvětšení objemu. Tyto fyzikální děje jsou těžko oddělitelné. Dalším zajímavým bodem do diskuze, který vyplynul z rozptylu měřených dat je řízení ohřevu a ochlazování. Vzhledem k tomu, že vzorek byl pokládán do vyhřáté pece a následně ochlazován při pokojové teplotě, nemáme žádnou informaci o prohřátí vzorku do hloubky a nevedl se ani záznam o délce pobytu vzorku v peci. Informace o teplotě vypovídá jenom o momentální teplotě na povrchu. V návaznosti na tyto skutečnosti je nutno podotknout, že pracovní teplota měřících zařízení je 0° až 50° C. Tato teplota ale nevypovídá o teplotě měřeného tělesa. Vzhledem k povaze měření CHRocodile M4 a ScanControl LLTměří se odrazený paprsek, by k větší odchylce vlivem teploty mělo dojít se změnou odrazivosti povrchu a je přepokládáno, že k této změně během ochlazování z 95°C u měřeného tělesa nedochází.

Z obrázku 5 je vidět velký rozptyl experimentálně získaných dat a dobrá shoda analytického řešení s numerickým modelem, který počítá s termomechanickými vlastnostmi celého kompozitu. Numerický model, který počítá s termomechanickými vlastnostmi jednosměrné laminy a klasickou laminační teorií dává konzervativnější výsledky



Obr. 5. Porovnání analytického a numerického modelu s naším experimentem [7]

7. Porovnání modelů

Od výrobce Letov Letecká Výroba s.r.o. byly dodány naměřené hodnoty zpětného odpružení pro C/PPS desky s jednou a dvěma křivostmi. Objemový podíl vláken je 49%, hmotnost tkaniny $M=285 \text{ g/m}^2$, uhlíkové vlákno Toray T300J 3K, dostava $n_x=n_y=70$ pramenců na 10 cm. Tloušťka tkaniny je h=0,3 mm a vazba 5H Satin. Počty vrstev, skladba a poloměry obou křivostí (pro desku s jednou křivostí je $R_x=0$ mm) jsou vidět v tabulce 1. V tabulce 2 jsou vidět hodnoty termoelastických vlastností uhlíkového vlákna, v tabulce 3 pak termoelastické vlastnosti a cena matric PPS, PEEK a PEKK.

Tabulka 1. – Počty vrstev, skladba a poloměry obou křivostí (pro desku s jednou křivostí je $R_x=0$ mm) pro vyrobené C/PPS

Počet vrstev	Skladba	Poloměr <i>R</i> y [mm]	Poloměr <i>R</i> _x [mm]
32	[[(0,90)/(±45)] ₄] _s	5	2811
36	$[[(0,90)/(\pm 45)]_4/(0,90)]_s$	6	2810,5
40	$[(0,90)/[(0,90)/(\pm 45)]_4/(0,90)]_s$	7	2810

Tabulka 2. – Termoelastické vlastnosti použitého uhlíkového vlákna

E _{fL} [MPa]	E _{fT} [MPa]	v _f [-]	G _{f12} [MPa]	$G_{f23}[MPa]^*$	$\alpha_{\rm fL}[\rm C^{-1}]$	$\alpha_{\rm fT}[\rm C^{-1}]^*$	$\Phi_{\rm f}$ [%]
230000	15000	0,3	50000	27000	-3,8.10 ⁻⁷	$12,5.10^{-6}$	0

Tabulka 3. – Termoelastické vlastnosti použitých matric

MATRICE	E _m [MPa]	v _m [-]	$\alpha_{\rm m}[^{\circ}{\rm C}^{-1}]$	$\Phi_{\rm m}$ [%]	Relativní cena
PPS	3800	0,36	5,2.10 ⁻⁵	2,015	\$
PEEK	3500	0,4	4,7.10 ⁻⁵	1,15	\$\$\$
PEKK	4400	0,4	2,1.10-5	1	\$\$

Porovnání vypočítaných a naměřených hodnot zpětného odpružení pro C/PPS kompozit je vidět na Obr. 6 a 7.



Obr. 6. Porovnání velikosti zpětného odpružení pro C/PPS desku s jednou křivostí [6].



Obr. 7. Porovnání velikosti zpětného odpružení pro C/PPS desku s dvěma křivostmi [6].

Srovnání modelu pro přímá vlákna, použitou tkaninu a tkaninu s plátnovou vazbou pro C/PPS materiál je vidět na Obr. 8 a 9.



Obr. 8. Porovnání velikosti zpětného odpružení pro C/PPS desku s jednou křivostí a model pro plátnovou a atlasovou vazbu.



Obr. 9. Porovnání velikosti zpětného odpružení pro C/PPS desku s jednou křivostí pro naměřené hodnoty a model pro přímá vlákna, plátnovou a atlasovou vazbu.

Srovnání modelů pro plátnovou a atlasovou vazbu pro ostatní analyzované materiály (C/PEEK a C/PEKK) a použité vazby je vidět na Obr. 10-12.



Obr. 10. Porovnání velikosti zpětného odpružení pro desku s jednou křivostí, 3 typy matric a skladbu $[((0,90)/(\pm 45))_4]_s$.



Obr. 11. Porovnání velikosti zpětného odpružení pro desku s jednou křivostí, 3 typy matric a skladbu $[((0,90)/(\pm 45))_4/(0,90)]_s$.



Obr. 12. Porovnání velikosti zpětného odpružení pro desku s jednou křivostí, 3 typy matric a skladbu $[(0,90)/((0,90)/(\pm 45))_4/(0,90)]_s$.

8. Závěr a práce do budoucna

Byla provedena analýza problematiky zpětného odpružení pro kompozitové desky (rovná deska, jedna křivost, dvě křivosti) pomocí analytických metod vycházejících z klasické laminační teorie a vztahů pro termoelastické charakteristiky ve směru tloušťky stěny. Vstupní data do tohoto modelu byla získána pomocí mikromechaniky přímých vláken nebo pomocí modelu, který respektuje zvlnění vlákna při použití tkané výztuže. Bylo provedeno srovnání analytického a numerického modelu s výsledky experimentu uskutečněného ve spolupráci s Laboratoří Biomechaniky Člověka, FS ČVUT v Praze a bylo dosaženo dobré shody. Dále bylo srovnáno zpětné odpružení vypočítané pomocí modelu přímá vlákna s naměřenými hodnotami od výrobce (zde bylo dosaženo dobré shody) a s hodnotami získanými MKP výpočtem (zde byly výsledky horší, na zpřesnění modelu se chceme zaměřit v budoucnu). Dále bylo provedeno srovnání výsledků zpětného odpružení pro hodnoty získané pomocí modelu pro přímá vlákna a modelů pro tkaninu (plátnová vazba a atlasová vazba) s naměřenými hodnotami. Výsledek získaný pro každý model vždy padl do oblasti naměřených hodnot, která je ohraničena směrodatnou odchylkou. Poslední srovnání bylo provedeno pro tři typy materiálu (používaný C/PPS, C/PEEK a C/PEKK). Zde bylo zjištěno,

že nejmenší úhel zpětného odpružení vychází pro kombinaci C/PEKK a rozdíl mezi zpětným odpružením v současnosti používaného materiálu a C/PEKK je cca 46%. Tato hodnota je nezávislá na úhlu zvlnění vláken. V budoucnu se bude práce soustředit na zpřesnění MKP modelu, dále na zahrnutí vlivu proměnného objemového podílu vláken v radiusu do výpočtu a verifikace modelu s naměřenými daty pro hybridní kompozity (které mají na jedné nebo obou povrchových stranách vrstvy ze skelné tkaniny) a tvorbu softwaru s uživatelským rozhraním pro výpočet zpětného odpružení.

Poděkování

Tato práce byla podpořena Ministerstvem průmyslu a obchodu, projekt č. FR-TI1/463 a grantem Studentské grantové soutěže ČVUT SGS12/176/OHK2/3T/12.

Seznam symbolů

A	matice tahové tuhosti	$[Nmm^{-1}]$
B	matice vazební tuhosti	[N]
С	relativní vlhkost	[-]
D	matice ohybové tuhosti	[Nmm]
E	Youngův modul pružnosti	[MPa]
G	smykový modul pružnosti	[MPa]
h	tloušťka tkaniny, výška pramenců	[mm]
М	hmotnost tkaniny	$[g/cm^2]$
М	jednotkové momenty	[N]
n	dostava	[1/cm]
Ν	jednotkové síly	$[N.m^{-1}]$
Ν	počet vrstev kompozitu	[-]
Q	matice mimoosové tuhosti	[MPa]
\overline{Q}	transformovaná matice mimoosové tuhosti	[MPa]
R	radius součásti	[mm]
S	matice poddajnosti	$[MPa^{-1}]$
t	šířka pramenců	[mm]
Т	teplota	[°]
T	transformační matice	[-]
V_{f}	objemový podíl vláken	[-]
С	rekrystalizační index	
f	index vlákna	
h	vlhkostní index	
L	index ve směru vláken	
т	index matrice	
Т	index kolmo na vlákna	
t	teplotní index	
Τ´	index kolmo na L, T	
x	index osnovy	
у	index útku	
Z.	index po tloušť ce materiálu	
ξ	poměr průřezových ploch vláken osnovy a útku	[-]
β	součinitel roztažnosti vlivem absorpce vlhkosti	[-]
ω	úhel zvlnění pramenců	[°]
γ	úhel zpětného odpružení	[°]
α	součinitel teplotní roztažnosti	$[C^{-1}]$

ϕ	součinitel roztažnosti vlivem rekrystalizace	[-]
ε	relativní prodloužení	[-]
arOmega	maximální hodnota úhlu zvlnění pramenců	[°]
K	křivost	[-]

Seznam použité literatury

- [1] Albert, C and Fernlund, G.: Spring in and warpage of angled composite laminates, Composite Science and Technology, Vol. 62, No.14, pp. 1896-1912 (2002).
- [2] Kabelka, J.: Polymerní kompozity s tkanou výztuží, Výzkumná zpráva Z-1082/88, Ústav Termomechaniky, ČSAV, Praha (1988).
- [3] Kollár, L. P. and Springer, G. S.: Mechanics of Composite Structures, Cambridge University Press. Cambridge (2003).
- [4] Laš, V.: Mechanika kompozitních materiálů, ZČU Plzeň, Plzeň (2008).
- [5] Chamis, C. C.: Simplified composite micromechanics equations for hygral thermal and mechanical properties, 38th Annual Conference, Reinforced Plastics/Composite Institute, The Society of the Plastics Industry, Inc. (1983).
- [6] Padovec, Z. and Růžička, M.: Springback analysis of thermoplastic composite plates, Applied and Computational Mechanics (přijato), ISSN 1802-680X.
- [7] Padovec, Z, Růžička, M., Stavrovský, V., Chlup, H.: Springforward Phenomenon of Angular Sections of Composite Plates Analytical, Numerical and Experimental Approach, *Bulletin of Applied Mechanics*, 7 (26), pp. 31-36 (2011), ISSN 1801-1217.