# Návrh modifikací pomocí MKP pro optimální záběrové poměry jednostupňové tramvajové převodovky

# Ing., Karel, PETR

Vedoucí práce: prof. Ing., Vojtěch, Dynybyl, Ph.D

#### Abstrakt

Článek se zabývá návrhem modifikací boku zubu ozubených kol u jednostupňové tramvajové převodovky na základě výpočtu deformací a napětí v převodové skříni, hřídelích a při samotném záběru ozubení pomocí MKP. Sumací těchto parametrů jsou určeny posuvy a deformace hřídelí (kol) a navrženy modifikace, aby bylo dosaženo opětovného rovnoměrného kontaktního tlaku (sezení) po boku zubu. V článku jsou navrženy příčné, podélné a úhlové modifikace. Vhodnou volbou modifikace se dosahuje zvýšení životnosti a snížení hluku z převodovky.

#### Klíčová slova

Podélná modifikace, příčná modifikace, ozubení, MKP, kontaktní tlak, deformace, záběr ozubení.

#### 1. Úvod

Cílem tohoto článku je návrh modifikací boku zubu na základě výpočtu deformací a napětí v převodové skříni, hřídelích a při samotném záběru ozubení. Je zde popsán přesnější návrh modifikací oproti analytickým výpočtům pomocí norem, protože se vychází z reálných geometrických a deformačních podmínek. Při tomto způsobu návrhu je umožněno reagovat již při návrhu modifikací na reálný stav geometrie součástí při jejich výrobě. Díky modifikacím dochází ke zvýšení životnosti a snížení hluku převodovky. Ve zprávě jsou použity dva typy modifikací:

- Příčná (výšková) modifikace (obr. 1 a)
- Podélná (soudečková a úhlová) modifikace (obr. 1 b)



Obr. 1. a) příčná modifikace, b) podélná modifikace (soudečková, úhlová)

Modifikace je provedena na převodovce AGV-250 od firmy Wikov M.G.I. jež je zobrazena na obr. 2. Převodovka je pomocí výstupního hřídele, který je v kontaktu přes kola s kolejnicí a pružné prvky uchycen do podvozkového rámu a na druhé straně je spojka uchycena přes závěsku, která obsahuje dva silentbloky.

Mezi nejvýznamnější důvody ovlivňující nerovnost zatížení zubu po šířce patří odchylky od ideálních tvarů, vůle, montážní odchylky a deformace součástí převodového ústrojí. Konečná pozice uložení ložisek je dána sumou výrobních úchylek rovnoběžnosti a úchylkami danými deformací skříně. Sečteme-li tyto úchylky s vůlí na jednotlivých ložiscích a úchylkami

vzniklými deformací ložisek dostaneme konečné souřadnice polohy geometrického středu ložisek. Do těchto pozic je přemístěn hřídel ze své ideální polohy. Svými výrobními odchylkami a deformací ovlivní polohu a orientaci ozubení. Závěrečným prvkem řetězce je geometrie ozubených kol přemístěná do pozic z minulého kroku. Zde hraje roli jednak geometrická tolerance kotouče kola vztažena ke středícímu průměru a dále odchylka způsobená deformací.



Obr. 2. Převodovka AGW-250 se spojkou a hřídelem dvojkolí

## 2. MKP modely jednotlivých členů převodové skříně

Popis dílčích částí převodové skříně je zde rozdělen na tři části, a to na popis modelů skříně, hřídelí a záběru ozubených kol.

## 2.1 MKP model skříně

Materiál hřídelí, ložisek a ozubení je tvárná litina EN-GJS-500-7 ( $E = 169\ 000\ N/mm^2$ ;  $\mu = 0.25$ ;  $\rho = 7\ 300\ kg/m^3$ ). U skříně je uvažována hmotnost.



Obr. 3. MKP model skříně a způsob tvorby šroubů v dělící rovině

Šrouby jsou tvořeny jako nosníky (BEAM) jak je znázorněno na obr. 3 pro obě velikosti šroubů. Tělo šroubu tvoří nosník (BEAM) o kruhovém průřezu. Na koncích nosníku jsou přidány dvě vazby typu MPC CONSTRAINT typ BEAM. V prvním případě je vazba napojena na dosedací plochu hlavy šroubu čímž je simulována hlava šroubu. V druhém případě na plochu kde by byl zašroubován šroub, čímž je simulována závitová část šroubu. Samotné zatížení předpětím je provedeno v BEAMu pomocí zatížení typu BOLT LOAD, kterým se dá simulovat předpětí ve šroubu.

Samotný MKP výpočet skříně probíhal ve dvou krocích. V prvním kroku dojde k vytvoření předpětí u šroubů v dělící rovině a v druhém kroku dojde k zatížení reakčními silami v místě uložení hřídelí.

#### 2.2 MKP model hřídelí

Pro materiál hřídelí, ložisek a ozubení byla zvolena ocel ( $E = 206\ 000\ N/mm^2$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $\rho = 7\ 830\ kg/m^3$ ). Hmotnost je u modelu zanedbána.



Obr. 4. Zobrazení součástí MKP modelu a MKP model hřídelí

Na výstupní hřídeli je zamezena rotace kolem osy y a na vstupní hřídeli je vnesen zátěžný moment o velikosti  $M_1 = 1$  960 Nm. Výpočet probíhá ve dvou krocích. Nejprve proběhne aktivace předepínacích sil na šroubech mezi výstupním ozubením a nábojem kola a pote se nastaví moment na vstupním hřídeli na hodnotu  $M_1$ .

#### 2.3 MKP model ozubení

MKP model ozubení vychází z geometrie evolventního boku zubu vytvořeného v programu KissSoft. Po úpravě dat pomoci skriptu vytvořeného v programovacím jazyce Python a jejich následném načtení do programu Abaqus byly vytvořeny kompletní 3D modely částí ozubených kol (obr. 5).



**Obr. 5.** *MKP model ozubení* 

Mezi příslušnými boky zubů jsou zavedeny kontaktní vazby SURFACE TO SURFACE. V tabulce 1 je uveden typ a počet elementů.

Název	Typ elementů	Počet elementů	Počet uzlů
Pastorek	Linear hexahedral	236 849	264 315
Kolo	elements of type C3D8R	236 849	340 889
Σ		547 301	605 240
Počet uzlů na boku zubu pastorku		147 101	162 400

Tabulka 1. – Počet elementů a uzlů u jednotlivých částí modelu ozubení

Simulace záběru je prováděna kvazistaticky ve třech krocích. Během prvního kroku dochází k vytvoření předpětí. Pastorek má zablokované všechny rotace i posuvy a na kole je zavedena malá rotace kolem osy rotace o úhel cca  $0,12^{\circ}$  (0,002 rad) proti pastorku. Posuvy na kole i rotace kolem zbylých dvou os jsou také zablokovány. Díky tomuto jemnému pootočení směrem do záběru dojde k aktivaci (navázání) kontaktních vazeb mezi správnými kontaktními plochami (správnými boky zubu kol). Při druhém kroku začíná pozvolné zatěžování rotačním momentem kolem osy rotace kola. Zatěžování probíhá opět proti pastorku. Na pastorku jsou stále zablokovány všechny rotace i posuvy. Na konci tohoto kroku působí na kole 2 kroutící momentu, který působí konstantní hodnotou  $M_2 = 7 560,0 Nm$ . Na pastorku působí rotace kolem osy rotace pastorku. Směr působení této rotace je proti momentu působícímu na kole. Posuvy na obou kolech jsou zablokovány a jsou povoleny jen rotace kolem os rotace daných kol (osy z). Dochází k pozvolnému otáčení pastorku o cca 2 zuby.

## 3. Výsledky MKP analýzy

Všechny výpočty byly provedeny v programu Abaqus 6.9 na Ústavu konstruování a části strojů, Fakulta strojní, ČVUT v Praze.

## 3.1 MKP analýza skříně

V tabulce 2 jsou vyčísleny velikosti posuvů středů ložisek. Označení středů je provedeno podle obr. 4. Všechny hodnoty napětí jsou vzhledem k použitému materiálu skříně i šroubů pod mezí kluzu.

Ložisko	x [mm]	y [mm]	z [mm]
L1	-0,00063368	0,0487785	0,00669861
L2	-0,01714850	0,0646591	-0,01279640
L3	-0,02686490	0,0646896	-0,01871520
<i>L4</i>	0,00197037	-0,0261459	0,04313930
L5	-0,02365390	0,0789337	0,01263070

**Tabulka 2.** – Změny polohy středů ložiskových kroužků



Obr. 6. Misesovo napětí a deformace na skříni

## 3.2 MKP analýza hřídelí

Výstupní krouticí moment odečten z MKP modelu je 7 560 Nm, což odpovídá hodnotě z KissSoftu při celkovém převodu 3,857 ( $M_2 = M_1 * i = 1.960 * 3,857 = 7.560$  Nm).

Na obr. 7 je zobrazeno Misesovo napětí na hřídelích. Toto napětí dosahuje nízké hodnoty (do  $35 Nmm^{-2}$ ). Vyšší hodnoty jsou pouze v oblasti dotyku ozubení.



Obr. 7. Misesovo napětí na hřídelích

Na základě průhybu hřídelí byly určeny úhly natočení ozubení v rovinách XY a ZY, které jsou uvedeny v tabulce 3.

Tabulka 3. – Posuvy bodů uložení ve směru os X a Z.

	posuv [mm]		natočení [ ° ]	
	X	Z	XY (okolo osy Z)	ZY (okolo osy X)
Dastonak	0,00440336	-0,0384857	0.00117251	0,000613
Разіогек	0,00266390	-0,0375759	0,00117251	
Vala	1,74511E-06	-0,0001341	5 0612E 05	3,46E-06
Λοιο	7,24145E-05	-0,0001293	5,0015E-05	

#### 3.3 Sumace všech parametrů ovlivňující záběr ozubení

Stanovení výsledné polohy pastorku a kola je provedeno na základě vztahů uvedených níže. Odchylky podpory i hřídele ve směru x a z se vypočtou dle vztahů (1) a (2). Na obr. 8 je schéma nové polohy hřídelí vypočtená dle vztahů (1)(2). Výsledkem výpočtu je prostorové uspořádání hřídele dané vlivem geometrie zúčastněných prvků a vlivem deformací od vnějších sil. Příslušné celkové výsledné hodnoty jsou znázorněny v tabulce 4 a na obr. 9.

$$f_{xL_i} = f_{xU_vyrob_i} + f_{xU_deform_i} + \left(f_{L_vule_i} + f_{L_deform_i}\right) \cdot \sin \varepsilon_i \tag{1}$$

$$f_{yL_i} = f_{yU_vyrob_i} + f_{yU_deform_i} + \left(f_{L_vule_i} + f_{L_deform_i}\right) \cdot \cos \varepsilon_i$$
(2)



Obr. 8. Schématické zobrazení deformace na hřídelích

Tabulka 4. – Celkové posuvy bodů uložení ve směru os X a Z.

	celkové posuvy [mm]		celkové natočení [ ° ]	
	X	Ζ	XY (okolo osy Z)	ZY (okolo osy X)
$O_{12}$	0,026223818	-0,0409832	0,00655374	0,015291
$O_{45}$	0,020771782	-0,0323923	0,00939368	0,016883



**Obr. 9.** Výsledná poloha hřídeli v rovině XY a ZY

## 3.4 Výsledky MKP analýzy ozubení

Naším cílem je určit optimální modifikace ozubení, tak abychom prodloužili životnost daného soukolí na maximum. Životnost soukolí závisí na maximálních hodnotách kontaktních tlaků. Porovnávání bude tedy probíhat na základě kontaktních tlaků na boku zubu při záběru.

Z odečtených hodnot jsou vypočteny průměrné a maximální hodnoty, které jsou následně porovnávány vždy pro danou fázi záběru v jednom grafu. Fáze záběru začínají od 1 až po 25 a to od začátku záběru až po konec. V grafech se závislostí tlaku po výšce zubu jsou odfiltrovány maxima vzniklá hranovým sezením.

Z programu KissSoft vychází max. kontaktní napětí (tlak) dle normy DIN 3990 pro pastorek  $\sigma_{\rm H} = 1029.26 \, \text{N}^{\circ}\text{mm}^{-2}$  a pro kolo  $\sigma_{\rm H} = 1025.37 \, \text{N}^{\circ}\text{mm}^{-2}$ .

Pro danou převodovku bylo provedeno celkem 10 výpočtů záběru ozubení (z toho 3 pro reverzní směr otáčení). Další nebyly provedeny z časových důvodů. V tabulce 5 je popsáno použité značení a popis jednotlivých variant pro jeden smysl otáčení.

	Pořadí	Popis varianty	Značení	
	1	Ideální záběr ozubení (bez modifikací)	Ideal	
	2	Záběr ozubení s vnesenými posuvy a natočeními (bez modifikací)	Def	
Záběr (VI) norm.	3	Na pastorku i na kole je příčná modifikace o velikosti 0,015 mm	Pricna_0.015	
	4	Jedná se o modifikaci navrženou v KissSoftu. Na pastorku i na kole je příčná modifikace o velikosti 0,015 mm a na pastorku je navíc podélná modifikace soudečkového tvaru o velikosti 0,009 mm	Pricna_Podelna	ečný záběr
	5	Na pastorku je podélná (úhlová) modifikace změna úhlu $\beta$ o velikosti 0,015 mm	Podelna_0.015	Skut
	6	Na pastorku je podélná (úhlová) modifikace změna úhlu $\beta$ o velikosti 0,009 mm	Podelna_0.009	
	7	Na pastorku je podélná (úhlová) modifikace změna úhlu $\beta$ o velikosti 0,007 mm	Podelna_0.007	

Tabulka 5. – Popis porovnávaných variant

## 3.4.1 Porovnávací grafy vybraných variant

V tabulce 6 jsou zobrazeny průměrné a maximální hodnoty kontaktního tlaku pro fázi 15. V této fáze dochází ke kontaktu cca ve středu zubu a po celé šířce zubu.

	Varianta	Max. kontaktní tlak [N <sup>·</sup> mm <sup>-2</sup> ]	Průměrný kontaktní tlak [N <sup>·</sup> mm <sup>-2</sup> ]
	Ideal	1 038	731
	Def	858	760
Záběr (VI	Pricna_0.015	993	808
	Pricna_Podelna	865	801
	Podelna_0.015	1 136	725
	Podelna_0.009	959	694
	Podelna_0.007	899	694

Tabulka 5. – Výpis max. a průměrné hodnoty kontaktního tlaku pro fázi 15

Na obr. 10 jsou zobrazeny kontaktní tlaky na boku zubu pro 15 fázi záběru, kde dochází ke kontaktu po celé šířce zubu.



Obr. 10. Kontaktní napětí na boku zubu u pastorku v 15 fázi záběru

Na obr. 11 jsou zobrazeny kontaktní tlaky na boku zubu v jednom grafu pro 15 fázi záběru po šířce zubu a na obr. 12 po výšce. U grafu po šířce zubu jsou odfiltrovány krajní min. a max. hodnoty.



Obr. 11. Porovnání kontaktních tlaků (po šířce zubu) v 15 fázi záběru pro všechny výpočty



Obr. 12. Porovnání kontaktních tlaků (po výšce zubu) v 15 fázi záběru pro všechny výpočty

Na obr. 13 jsou zobrazeny kontaktní tlaky na boku zubu v jednom grafu pro 15 fázi záběru po šířce zubu a na obr. 14 po výšce (pouze podélné modifikace). U grafu po šířce zubu jsou odfiltrovány krajní min. a max. hodnoty.



**Obr. 13.** Porovnání kontaktních tlaků (po šířce zubu) v 15 fázi záběru (podélné modifikace)



**Obr. 14.** Porovnání kontaktních tlaků (po výšce zubu) v 15 fázi záběru (podélné modifikace)

## 4. Závěr

Z grafů uvedených na předchozích obrázcích vyplývá pro dané varianty následující:

- *Ideál* plynulé rozložení kontaktního tlaku po celé šířce a výšce zubu, což se dalo očekávat a je to správné
- Def u této varianty kdy jsou kola vůči sobě natočena a posunuta na základě předchozích výsledků, čímž je simulován reálný stav (bez vlivu výrobních odchylek) dochází k navýšení kontaktního tlaku na straně kde začíná záběr a na druhém konci ke snížení oproti ideálnímu stavu.
- Pricna\_0.015 tato modifikace byla použita jak na kole, tak i na pastorku. U této varianty došlo ještě k navýšení (snížení) kontaktního tlaku na straně kde začíná záběr (končí).
- Pricna\_Podelna varianta dle KissSoftu. U této varianty došlo dle očekávání ke snížení kontaktního tlaku na krajích pastorku (více na straně kde končí záběr), ale k mírnému zvýšení ve středu pastorku. To bude ale nejspíše eliminováno mírnou plastickou deformací, která za běhu vznikne.
- Podelna\_0.015 u této varianty byla provedena úhlová podélná modifikace na pastorku. Díky tomu došlo k navýšení kontaktního tlaku na straně pastorku, kde končí záběr, ale předpokládám pokud by byl zvolen menší úhel u této modifikace bylo by dosaženo mnohem lepšího výsledku.
- *Podelna\_0.009* Dosaženo lepších výsledků, ale stále to není úplně to pravé ořechové.
- *Podélná\_0.007* Nejlepší výsledek. Řekl bych dokonce i přijatelnější než u Ideální varianty.

Na základě zjištěných hodnot se dá usuzovat, že modifikace navržena programem KissSoft je dobrá. Po dalším kontrolním výpočtu by se nejspíš dala použít i podélná modifikace, s hodnotou 0.007.

#### Seznam symbolů

$f_{_{xU\_vyrob\_i}}$	výrobní odchylka od ideální polohy podpory ve směru x	[mm]
$f_{_{xUi\_deform\_i}}$	odchylka daná deformací skříně ve směru x	[mm]
$f_{L\_vule\_i}$	radiální vůle ložiska <i>i</i> při zatížení	[mm]
$f_{L\_deform\_i}$	radiální odchylka daná deformací ložiska i	[mm]
ε	úhel směru zatížení ložiska <i>i</i> v rovině XY	[mm]
ρ	hustota	$[kg \cdot m^{-3}]$
μ	Poissonovo konstanta	[-]
E	Modul pružnosti	$[N/mm^2]$

#### Seznam použité literatury

- PETR, Karel; ŽÁK, Pavel; DYNYBYL, Vojtěch; KANAVAL, Jan. FEM Optimization of Gear Flanks Shape Modifications. The 3rd International conference Power Transmissions '09, Kallithea, Greece 1.-2. october 2009.Sofia publications Thessaloniki Greece, 2009, s 93-100, ISBN 978-960-243-662-2
- [2] MOSSOCZY, Pavel; PETR, Karel; ŽÁK, Pavel. Optimalizace tvaru geometrie ozubených kol použitím modifikací. 50. Mezinárodní konference kateder částí a mechanismů strojů, Terchová, Slovenská republika 9.-10.září 2009. Žilinská univerzita v Žiline, Strojnícka fakulta, Katedra konštruovania a častí strojov, 2009, článek 53, ISBN 978-80-554-0081-5
- [3] Dokumentace z projektu MPO č. FT-TA2/017 Experimentální ověření parametrů ozubených kol s moderními tvary zubů z vysoce únosných materiálů a různé výrobní přesnosti včetně monitorování průběhu zkoušek. Spolupráce s Wikov MGI a.s.
- [4] DYNYBYL, Vojtěch; PETR, Karel; ŽÁK, Pavel. Optimalizace tvaru geometrie ozubených kol za pomoci MKP použitím podélných a příčných modifikací. 49. Mezinárodní konference kateder částí a mechanismů strojů, Srní, Slovenská republika 8.-10. září. 2008. TYPOS tiskařské závody a.s. Plzeň, 2008, s.55-58, ISBN 978-80-7043-718-6
- [5] PETR, Karel; KANAVAL, Jan; DYNYBYL, Vojtěch. Modification and Non-standard Methods of Increasing Tooth Flank Resistance of Gears. International Conference on Gears, VDI-Society for Product and Process Design and TUM, Munich, Germany 4.-.6. October 2010. VDI Verlag GmbH, Dusseldorf, 2010, s.1439-1442, ISBN 978-3-18-092108-2
- [6] PETR, K. DYNYBYL, V. STARÝ, F. MRÁZEK, J. Applications of FEM to Optimizing of Machine Parts (Gear) In: Workshop 2010 [CD-ROM]. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2010, p. 218-219. ISBN 978-80-01-04513-8.