# Program pro geometrickou optimalizaci v mechanice tekutin a návrh, numerický výpočet a optimalizace hydraulického rozváděče.

Bc. Martin Veselý

Vedoucí práce: Ing. Tomáš Hyhlík, Ph.D.

#### Abstrakt

Práce se v prvé části zabývá vývojem universálního Matlabovského programu pro geometrickou optimalizaci v mechanice tekutin. V druhé části je ukázán návrh hydraulického rozváděče, jeho optimalizace pomocí optimalizačního programu a experimentální ověření výsledků na zkušebním vzorku.

### Klíčová slova

Hydraulický rozváděč, optimalizace, CFD

### 1. Úvod do geometrické optimalizace

Jde o optimalizaci tvaru tělesa, ve kterém nebo kolem kterého proudí tekutina. Hledá se taková geometrie tělesa, aby některá fyzikální veličina byla co nejblíže požadované hodnotě. Například energetická ztráta nebo síla působící na těleso.

#### 1.1 Hledání minima pomocí radiální bázové funkce

Při optimalizaci v mechanice tekutin jsou kladeny nároky na množství samotných výpočtů proudění z důvodu omezené výpočetní kapacity a potřebného času na celou optimalizaci. Aby se nemuseli provádět výpočty v každém bodě, využívá se náhradní funkce, která interpoluje hodnoty z roztroušených výpočetních bodů. Sníží se tak nutný počet výpočetních bodů a zároveň sníží výpočetní čas. Globální minimum se pak hledá na této náhradní funkci. V práci byla použita Radiální bázovou funkce (RBF).

Radiální bázová funkce (RBF) je jednou ze základních metod pro interpolaci vícerozměrných roztroušených dat. Základní metoda RBF je definována následovně.

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \cdot \phi(||x - x_j||)$$

Kde  $\phi(||x - x_i||)$  je radiální funkce dále jen  $\phi(r)$  kde  $r \ge 0$ 

 $\lambda_i$  jsou váhové koeficienty

Koeficienty 
$$\lambda_j$$
 se vypočítají z rovnice  $\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \end{bmatrix}$ 

kde A je tvořena  $a_{j,k} = \phi(||x_j - x_k||) = \phi(r)$ 

# 1.2 Požadavky na optimalizaci

Při optimalizaci jsou kladené následující požadavky: -co nejmenší chyba nalezeného minima od skutečného -minimální výpočetní čas, -minimální čas práce člověka.

Minimální chybu nalezeného minima od skutečného lze ovlivnit počtem výpočetních bodů (menší chyba aproximované funkce od skutečné). A výpočetní metodou proudění (zvolený výpočetní model, kvalita a jemnost výpočetní sítě). Počet výpočetních bodů a výpočetní metoda zvyšují výpočetní čas. Lze to ovlivnit vícekrokovou optimalizací. To znamená, že se v prvním kroku na malém množství výpočetních bodů nalezne globální minimum a v druhém kroku se v okolí tohoto minima zavedou nové body a na nich provedou výpočty znovu se pak vypočítá globální minimum.

# 1.3 Optimalizační algoritmus

Aby bylo vyhověno výše uvedeným požadavkům, algoritmus řeší nejen samotnou optimalizaci, ale i provázání mezi jednotlivými programy (Inventuro, Gambit, Tgrid, Matlab), proto je tvořen v blocích. Schéma algoritmu je na obr.1. Postup je následující: Nejprve se v Inventoru vymodeluje základní varianta, pro ni se vytvoří síť v Gambitu a provede se výpočet ve fluentu. Dále se zvolí optimalizační parametry ve vstupním bloku a sestaví cílová funkce ve výstupním bloku. Tím končí ruční práce. Skript analogicky se základním výpočtem vytváří journaly pro gambit a fluent a na jediné spuštění vše postupně vypočítá. Výstupní blok si pak načítá vypočítané hodnoty veličin a hodnoty parametrů ze vstupního bloku, Provede interpolaci dat na radiální bázovou funkci a provede samotnou optimalizaci. V případech vícekrokové optimalizace je zvolena zpětná vazba mezi výstupním a vstupním blokem.



Obr. 1. Schéma optimalizačního algoritmu

# 2 Hydraulický rozváděč

Vývoj moderních hydraulických elektromagneticky ovládaných rozváděčů směřuje, podobně jako v jiných odvětvích, k úsporám energie. Aby bylo možné snížit příkon elektromagnetů, je nezbytné optimalizovat síly vznikající prouděním kapaliny ventilem, které elektromagnety překonávají.

Cílem práce je provést geometrický návrh rozváděče a metodou konečných objemů provést výpočty tlakových a rychlostních polí a výpočet axiálních sil působících na šoupátko. Provést geometrickou optimalizaci šoupátka experimentálně ověřit výsledky.

# 2.1 Princip a funkce rozváděče

Hydraulické rozváděče rozvádí kapalinu k hydromotorům v daném směru, nebo tok kapaliny přerušují. Ovládá se tak pohyb hydromotorů. Jsou to nespojitá zařízení, která pracují v diskrétních polohách. Na obr.2a je znázorněn hydraulický obvod se šoupátkem v základní (neutrální) poloze. V této poloze kapalina rozváděčem neprotéká, všechny kanály jsou uzavřeny a hydromotor (válec) se nepohybuje. Kapalina protéká přes přepouštěcí ventil zpět do nádrže. Poloha šoupátka je fixována vratnými pružinami.

Při sepnutí levého elektromagnetu (obr. 2b) dojde k přetlačení pravé pružiny a šoupátko se tak posune doprava (do pracovní polohy). Dojde ke spojení kanálů P-A a B-T, kapalina proudí kanálem A do hydromotoru a kanálem T zpět do rozváděče. Hydromotor se tak pohybuje doprava. Analogicky při sepnutí pravého elektromagnetu dojde k propojení kanálů P-B A-T a motor se pohybuje doleva.



Obr. 2. Hydraulický obvod neutrální poloha

Obr. 2b. Hydraulický obvod pracovní poloha

# 2.2 Hydrodynamické síly působící na šoupátko

Hydrodynamické síly mají zásadní vliv na velikost pracovní síly elektromagnetu. V rozváděči mají tyto síly dvě příčiny:

- změnu rychlostí a tím i změnu tlaků u škrtících hran,
- dynamický účinek proudu kapaliny na šoupátko.



Obr. 3. Hydrodynamické síly působící na šoupátko

## Síly způsobené změnou rychlostí u škrtících hran

Vlivem zmenšení průřezu kanálů u škrtících hran (obr. 3) roste rychlost kapaliny u čel šoupátka. Z úpravy Bernouliovy rovnice vyplývá :

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} \quad a \tag{2.1}$$
$$\frac{(v_1^2 - v_2^2)}{2} = \frac{(p_2 - p_1)}{\rho} \quad (2.2)$$

S rostoucí rychlostí dochází k poklesu statického tlaku při předpokládaném konstantním objemu. Rozdíl středních tlaků na čelech šoupátka jednoho kanálu vynásobený plochou čela je axiální síla působící ve směru uzavření kanálu. Tato síla je významná především v kanálu PB.

#### Síly způsobené dynamickým účinkem proudu kapaliny

Síly jsou způsobené rozdílnými toky hybností na vstupu a výstupu z kanálu (obr.2.9, kanál AT).

Toky hybností v axiálním směru můžeme vyjádřit následovně:

$\begin{split} \dot{H_2} &= \rho \cdot A_2 \cdot v_2^2 \cdot \cos\alpha_2 = \rho \cdot \dot{V} \cdot v_2 \cdot \cos\alpha_2 .  (2.4) \\ \text{Potom síla působící na šoupátko} \\ F &= \dot{H_1} - \dot{H_2} = \rho \cdot \dot{V} \cdot (v_1 \cdot \cos\alpha_1 - v_2 \cdot \cos\alpha_2) .  (2.5) \\ \text{Rychlost } v_2 \text{ je podstatně menší než rychlost na škrtící hraně } v_1 \text{ , proto člen} \\ v_2 \cdot \cos\alpha_2 \text{ můžeme zanedbat:} \\ \vec{F} &= \rho \cdot \dot{V} \cdot v_1 \cdot \cos\alpha_1 .  (2.6) \\ Z \text{ rovnice kontinuity můžeme dosadit } v_1 = \frac{\dot{v}}{A_1} \text{ a z průtokové rovnice } \dot{V} = \mu \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta_1}{\rho}} \\ \text{kde } \mu \text{ je průtokový součinitel.} \\ \text{Po úpravách dostáváme} \\ F &= 2 \cdot \mu^2 \cdot A_1 \cdot \Delta p \cdot \cos\alpha_1 .  (2.7) \\ \end{split}$	$\dot{H_1} = \rho \cdot A_1 \cdot v_1^2 \cdot \cos\alpha_1 = \rho \cdot \dot{V} \cdot v_1 \cdot \cos\alpha_1 ,$	(2.3)	
Potom síla působící na šoupátko $F = \dot{H_1} - \dot{H_2} = \rho \cdot \dot{V} \cdot (v_1 \cdot cos\alpha_1 - v_2 \cdot cos\alpha_2)$ . (2.5) Rychlost $v_2$ je podstatně menší než rychlost na škrtící hraně $v_1$ , proto člen $v_2 \cdot cos\alpha_2$ můžeme zanedbat: $\vec{F} = \rho \cdot \dot{V} \cdot v_1 \cdot cos\alpha_1$ . (2.6) Z rovnice kontinuity můžeme dosadit $v_1 = \frac{\dot{V}}{A_1}$ a z průtokové rovnice $\dot{V} = \mu \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta_1}{\rho}}$ kde $\mu$ je průtokový součinitel. Po úpravách dostáváme $F = 2 \cdot \mu^2 \cdot A_1 \cdot \Delta p \cdot cos\alpha_1$ . (2.7)	$\dot{H_2} = \rho \cdot A_2 \cdot v_2^2 \cdot \cos\alpha_2 = \rho \cdot \dot{V} \cdot v_2 \cdot \cos\alpha_2 .$	(2.4)	
$F = \dot{H_1} - \dot{H_2} = \rho \cdot \dot{V} \cdot (v_1 \cdot \cos\alpha_1 - v_2 \cdot \cos\alpha_2) . \qquad (2.5)$ Rychlost $v_2$ je podstatně menší než rychlost na škrtící hraně $v_1$ , proto člen $v_2 \cdot \cos\alpha_2$ můžeme zanedbat: $\vec{F} = \rho \cdot \dot{V} \cdot v_1 \cdot \cos\alpha_1 . \qquad (2.6)$ Z rovnice kontinuity můžeme dosadit $v_1 = \frac{\dot{V}}{A_1}$ a z průtokové rovnice $\dot{V} = \mu \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta_1}{\rho}}$ kde $\mu$ je průtokový součinitel. Po úpravách dostáváme $F = 2 \cdot \mu^2 \cdot A_1 \cdot \Delta p \cdot \cos\alpha_1 . \qquad (2.7)$	Potom síla působící na šoupátko		
Rychlost $v_2$ je podstatně menší než rychlost na škrtící hraně $v_1$ , proto člen $v_2 \cdot cos\alpha_2$ můžeme zanedbat: $\vec{F} = \rho \cdot \dot{V} \cdot v_1 \cdot cos\alpha_1$ . (2.6) Z rovnice kontinuity můžeme dosadit $v_1 = \frac{\dot{V}}{A_1}$ a z průtokové rovnice $\dot{V} = \mu \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta_1}{\rho}}$ kde $\mu$ je průtokový součinitel. Po úpravách dostáváme $F = 2 \cdot \mu^2 \cdot A_1 \cdot \Delta p \cdot cos\alpha_1$ . (2.7)	$F = \dot{H_1} - \dot{H_2} = \rho \cdot \dot{V} \cdot (v_1 \cdot \cos\alpha_1 - v_2 \cdot \cos\alpha_2) .$	(2.5)	
$v_2 \cdot cos\alpha_2$ můžeme zanedbat: $\vec{F} = \rho \cdot \vec{V} \cdot v_1 \cdot cos\alpha_1$ . (2.6) Z rovnice kontinuity můžeme dosadit $v_1 = \frac{\dot{v}}{A_1}$ a z průtokové rovnice $\dot{V} = \mu \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta \mu}{\rho}}$ kde $\mu$ je průtokový součinitel. Po úpravách dostáváme $F = 2 \cdot \mu^2 \cdot A_1 \cdot \Delta p \cdot cos\alpha_1$ . (2.7)	Rychlost $v_2$ je podstatně menší než rychlost na škrtící hraně $v$	1, proto člen	
$\vec{F} = \rho \cdot \vec{V} \cdot v_1 \cdot \cos\alpha_1 .$ (2.6) Z rovnice kontinuity můžeme dosadit $v_1 = \frac{\dot{V}}{A_1}$ a z průtokové rovnice $\dot{V} = \mu \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta \eta}{\rho}}$ kde $\mu$ je průtokový součinitel. Po úpravách dostáváme $F = 2 \cdot \mu^2 \cdot A_1 \cdot \Delta p \cdot \cos\alpha_1 .$ (2.7)	$v_2 \cdot cos \alpha_2$ můžeme zanedbat:		
Z rovnice kontinuity můžeme dosadit $v_1 = \frac{\dot{v}}{A_1}$ a z průtokové rovnice $\dot{V} = \mu \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta \mu}{\rho}}$ kde $\mu$ je průtokový součinitel. Po úpravách dostáváme $F = 2 \cdot \mu^2 \cdot A_1 \cdot \Delta p \cdot \cos \alpha_1$ . (2.7)	$\vec{F} = \rho \cdot \dot{V} \cdot v_1 \cdot cos \alpha_1$ .	(2.6)	
kde $\mu$ je průtokový součinitel. Po úpravách dostáváme $F = 2 \cdot \mu^2 \cdot A_1 \cdot \Delta p \cdot \cos \alpha_1$ . (2.7)	Z rovnice kontinuity můžeme dosadit $v_1 = \frac{\dot{v}}{A_1}$ a z průtokové r	ovnice $\dot{V} = \mu$	$\cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}$
Po úpravách dostáváme $F = 2 \cdot \mu^2 \cdot A_1 \cdot \Delta p \cdot \cos \alpha_1$ . (2.7)	kde $\mu$ je průtokový součinitel.		
$F = 2 \cdot \mu^2 \cdot A_1 \cdot \Delta p \cdot \cos \alpha_1 . \tag{2.7}$	Po úpravách dostáváme		
	$F = 2 \cdot \mu^2 \cdot A_1 \cdot \Delta p \cdot \cos \alpha_1 \; .$	(2.7)	
	$F = 2 \cdot \mu^2 \cdot A_1 \cdot \Delta p \cdot \cos \alpha_1 \; .$	(2.7)	

Z rovnice 2.7 vyplývá, že velikost axiální síly je závislá na průřezu kanálu u škrtící hrany  $A_1$ , na tlakovém spádu a na úhlu vektoru rychlosti  $\alpha_1$ . Přitom  $A_1$  je funkcí otevření kanálu x a úhel  $\alpha_1$  je závislý především na geometrii šoupátka.

#### 2.3 Možnosti optimalizace na odtokových hranách

 Změnou výtokového úhlu, která se provede podpíchnutím čela výtokové hrany. Jak již bylo výše uvedeno, hydrodynamická síla působící na šoupátko je mimo jiné závislá na vtokovém a výtokovém úhlu (obr 3). Na odtokové hraně lze změnit úhel proudění podpíchnutím čela u výtokové hrany (obr.4). V literatuře [2] se uvádí, že tato úprava nemá významný vliv na velikost axiální síly, je však snadno a levně proveditelná.



Obr. 4 Podpíchnutí čela výtokové

Tvarováním prostoru mezi nákružky. Dle obr.5 dojde k usměrnění toku a ke zvýšení rychlosti u vtokového

kanálu. To má za následek sílu působící ve smyslu otevření kanálu. Kompenzuje tak sílu způsobenou poklesem tlaku u výtokové hrany. Toto řešení se v praxi příliš nepoužívá, protože má za následek významnou tlakovou ztrátu.

- Usměrněním prostoru za výtokovou hranou.
- Metoda je znázorněna na obr.7. Využívá se otočení části proudu v prostoru za škrtící hranou tak, aby výsledná dynamická síla působila ve



Obr.5 Tvarování prostoru mezi nákružky



smyslu Obr.6 Usměrnění proudu za výtokovou hranou [2] otevření kanálu. Tato metoda je problematicky účinná a v praxi málo používaná. Lze jí použít pouze u těles s předlitými kanály.

### 2.4Možnosti optimalizace na vtokových hranách

Ke kompenzaci lze teoreticky použít všech tří metod, které jsou popsány u odtokových hran. Prakticky lze však realizovat metodu usměrnění proudu, případně škrcení na výtokové hraně, které bývá spojeno s vytvořením tlakového spádu mezi nákružky, čímž vzniká přídavná

Fax

kompenzační síla. Příklad usměrnění proudu je na obrázku 7, k vytvoření dodatečného tlakového spádu dojde, pokud kužel na odtoku začne škrtit výstupní proud. Literatura uvádí řadu příkladů a měření, které popisují vliv jednotlivých tvarů. V praxi je to nejvíce používaná metoda.



Obr.7 Usměrnění proudu za výtokovou hranou [2]

### 3 Návrh hydraulického rozváděče

Při návrhu rozváděče je třeba uvažovat s následujícími kritérii: ekonomická, technologická, konstrukční. Tato kritéria jsou vzájemně závislá. Obecně je cílem zkonstruovat rozváděč s co nejmenšími tlakovými ztrátami, s co nejmenšími silami potřebné k přestavení šoupátka a za co nejnižší cenu. To ve výsledku znamená použití standardních slévárenských metod (pro malé série tělesa obráběná, neodlévaná) a optimalizaci geometrie šoupátka.

### 3.1 Návrh tělesa

Jsou uvažovány malé série (cca 1000 ks ročně), proto je těleso netradičně obráběné nikoli odlité. Je tak dosaženo nižší ceny při jeho výrobě. Je navržen pro tlaky do 20MPa. Model s odříznutými stěnami je na obr.8



Obr. 8. Těleso, červená barva kanál P, modrá T, zelená AB

Při návrhu je třeba dodržet vzdálenosti jednotlivých otvorů. Jsou totiž normalizované, aby zařízení byla zaměnitelná od různých výrobců. Rozteče otvorů však byla voleny spíše pro odlité těleso. Při návrhu bylo proto obtížné aby mezi kanály byli dodržení minimální vzdálenosti (aby nedošlo k provalení stěny tlakem) a zároveň aby byli dostatečné průniky kanálů s pracovním prostorem šoupátka. Z těchto důvodů jsou ve výsledku vyšší tlakové ztráty právě v těchto průnicích.

# 3.2 Návrh šoupátka

Šoupátko má splňovat funkci dle schématu obr.13.



Obr. 9. Rozváděč v základní poloze

## 4 Optimalizace šoupátka

Optimalizoval se tvar šoupátka v kanálu BT a to tak aby výsledná síla působící na šoupátko od kanálů PA a BT byli co nejmenší a zároveň aby byla co nejmenší tlaková ztráta. Také se kladla podmínka, že pokud síla bude menší ne 1N pak rozhoduje o výsledné geometrii pouze tlaková ztráta.

Jako optimalizační parametry byly vybrány vstupní a výstupní úhly a hloubka kanálu (obr. 10)



Obr. 10. Parametry optimalizace v kanálu BT

Bylo vybráno 10 variant tak aby rovnoměrně pokrývaly pole rozsahu s přihlédnutím k tomu, že některé kombinace parametrů v reálném modelu neexistují. Sada parametrů je zobrazena na obr.11.



Obr. 11. Výpočetní body

Optimalizace probíhala dle optimalizačního algoritmu viz kapitola 1.3. Cílové funkce byly rozdíly vstupního a výstupního tlaku v kanálu BT a výslednice sil působící na šoupátko.

### 4.1 výsledky optimalizace

Vypočítané cílové funkce byly interpolovány radiální bázovou funkcí a byla sestavena pareto množina (obr. 12) s vyznačenou optimální variantou v bodě P



Obr. 12. Pareto množina

Pro bod P a k němu odpovídající hodnoty parametrů byly provedeny nové výpočty a byla propočítána i celá oblast zdvihu. Výsledný návrh má dle výpočtů tlakovou ztrátu v kanálu BT

0.845 MPa a výslednou sílu působící na šoupátko 1N pro průtok 20l/min. Dle výsledků byly navrhnuty tlačné pružiny a potřebné magnety.

# 5 Experimentální ověření výsledků

Na základě optimalizovaného modelu byl vyroben zkušební kus a byl proměřen dle schématu (obr 13). Reálné uspořádání pak na obr. 14.



Obr. 13. Schéma zapojení



Obr. 14. Experimentální ověřování výsledků

Prakticky lze ověřit pouze tlakové ztráty nikoli síly působící na šoupátko. Ukazatelem velikosti sil je sice velikost proudu procházející cívkami, ale je zde velká chyba způsobená silami třecími. Měřením bylo zjištěno, že chyba numerických výpočtů od experimentu se liší do 20%, což je považováno za přijatelné. Proud potřebný pro sepnutí při daném průtoku je menší, než u obdobných výrobků (RPEK od ARGO-HYTOS).



Obr. 15. Prototyp rozváděče



**Obr. 16.** Vyrobený blok, optimalizované šoupátko a pružiny

# 6. Závěr

Byl vytvořen program v matlabu pro geometrickou optimalizaci v mechanice tekutin. Program splňuje požadavky na universálnost použití, rychlost celkové optimalizace, přesnost a minimalizaci lidského času.

V druhé části byl vyvinut hydraulický rozváděč pro malé průtoky. Šoupátko bylo optimalizováno uvedeným optimalizačním programem. Experimentálně byla ověřena jeho správná funkce a byla provedena verifikace numerických výpočtů.

Zařízení bylo začleněno do výrobního programu firmy FMV-design s.r.o.

## Seznam symbolů

Q	objemový průtok	$[m^3$ . $s^{-1}]$
ρ	hustota	$[kg  .  m^{-3}]$
η	dynamická viskozita	$[kg.m^{-1}.s^{-1}]$
F	síla	[N]
v	rychlost	$[m. s^{-1}]$
D	průměr, světlost	[mm]
р	tlak	[MPa]
х	poloha šoupátka, otevření	[mm]
μ	průtokový součinitel	
$\propto$	úhel vtoku, výtoku kapaliny	[rad]
А	plocha	$[m^2]$
S	plocha	$[m^2]$
Η	hybnost	$[kg.m.s^{-1}]$
V	objem	$[m^3]$
0	obvod	[m]

### Seznam použité literatury

[1] ARGO- HYTOS s.r.o. Příručka hydrauliky, Vrchlabí 2006.

[2] BLACKBURN, J.F.; REETHOF, G.; SHEARER, S.L. *Fluid Power Control*. Wiesbaden, 1966.

[3] FEIGEL, H-J. *Stroemungskompesation in direktgesteuerten elektrohydralischen Stetigventilen*, Aachen 1992.

[4] BLEJCHAŘ, T. Matematické modelování nestacionárního proudění, kavitace a akustických projevů v hydraulickém ventilu. Doktorská disertační práce, VŠB-TU Ostrava, 2005.

[5] CERHA, J. *Hydraulické a pneumatické mechanismy I*. Technická univerzita v Liberci, 2006. ISBN 80-7372-067-1.

[6] KOZUBKOVÁ, M.; DRÁBKOVÁ, S. *Numerické modelování proudění*. VŠB-TU Ostrava, 2003. Elektronická skripta.

[7] VESELÝ, F.;. Modelování a identifikace hydraulických prvků. VŠB-TU Ostrava

[8] VESELÝ, F.;. Proporcionální ventily. VŠB-TU Ostrava

[9] FLUENT Version 6.3 User Manual [online]. Dostupne na WWW:

http://man.fs.cvut.cz/

[10] Help Matlab

[11] Ing K.Uhlíř Disertační práce: Aplikace radiálních bázových funkcí v počítačové grafice a zpracování obrazu, Zápodočeská universita v plzni 2007

[12] J. Tvrdík Evoluční algoritmy, Ostravská universita 2004