

# La détermination de la pression contacte dans la hanche des images de TDM et RMN

Ing. Jana Hornová

Directeur de thèse : Doc. RNDr. Matej Daniel, Ph.D.

**Abstrakt :** Předpokládá se, že zvýšený kontaktní tlak způsobuje koxartrózu [35, 26]. Kontaktní tlaky z dosud sestavených matematických modelů vycházejí nižší než obvykle naměřené hodnoty. Předpokládáme, že tyto rozdíly jsou způsobeny zjednodušenou geometrií u matematických modelů. Proto jsme vytvořili model z CT a MR snímků, který zohledňuje reálnou geometrii kloubu. Výsledné hodnoty kontaktního tlaku vypočtené pomocí tohoto modelu se blíží experimentálně zjištěným hodnotám jak pro statické zatěžování, tak pro dynamické zatěžování v průběhu chůze.

**Mots clés :** la chargement de la hanche, la pression contacte dans la hanche, la segmentation, le modèle numérique du cartilage

## 1 La motivation

Les savants à notre époque supposent que la pression contacte haute dans la hanche cause comme un facteur risqueur d'origine de la coxarthrose. C'est la raison pourquoi on se préoccupe de la détermination de la pression contacte dans la hanche. Si cette prémisse se vérifie puis médecins pourront sélectionner un groupe des gens risqueur pendant l'examen préventive. Conséquemment ils peuvent commencer la thérapie à temps. Donc c'est la possibilité comment ralentir la maladie.

Les pression contactes on peut déterminer expérimentalement ou des modèles mathématiques. Les valeurs experimentals sont en intervalle 4 - 9 MPa mais les modèles mathématiques donnent des résultats en intervalle 1,7 - 2,3 MPa, les tables 1 et 2. On suppose que les différences soient causées par des simplifications des modèles mathématiques. Dont le plus grave est une simplification de la géométrie (l'articulation est approximé par la sphère et le hémisphère). C'est la raison pourquoi on a se décidé créer un modèle mathématique lequel respecte la géométrie réelle. On arrive à ça grâce aux images de TDM et RMN de lesquelles on peut obtenir une forme d'une articulation individuellement pour chaque patient.

**TABLE 1 – Les valeurs de pression maximale dans la hanche obtenus par les methodes experimentales**

Auteur	Citation	$p_{max}$ [MPa]	Méthode
Rushfeld, 1979	[1, 4]	6,8	hemiarthroplasty
Hodge et al., 1989	[14]	2,5 - 18,0	hemiarthroplasty
Tackson et al, 1997	[23]	5,6 - 9,0	hemiarthroplasty
Brown, 1983	[6]	2,92 - 8,80	in vitro capteurs de pression
Adams & Swanson, 1985	[1]	9,57	in vitro capteurs de pression
Afoke et al., 1987	[1]	2,9 - 8,6	Fuji Prescale [27]
Bay et al., 1996	[2]	4,0 - 6,0	Fuji Prescale
Hak et al., 1998	[4]	7,5 - 9,0	Fuji Prescale
von Eisenhart t. al., 1999	[25]	7,7	Fuji Prescale
Sparks et. al., 2005	[22]	6,9	Fuji Prescale

**TABLE 2** – Les valeurs de pression maximale dans la hanche obtenus par les modèles mathématiques

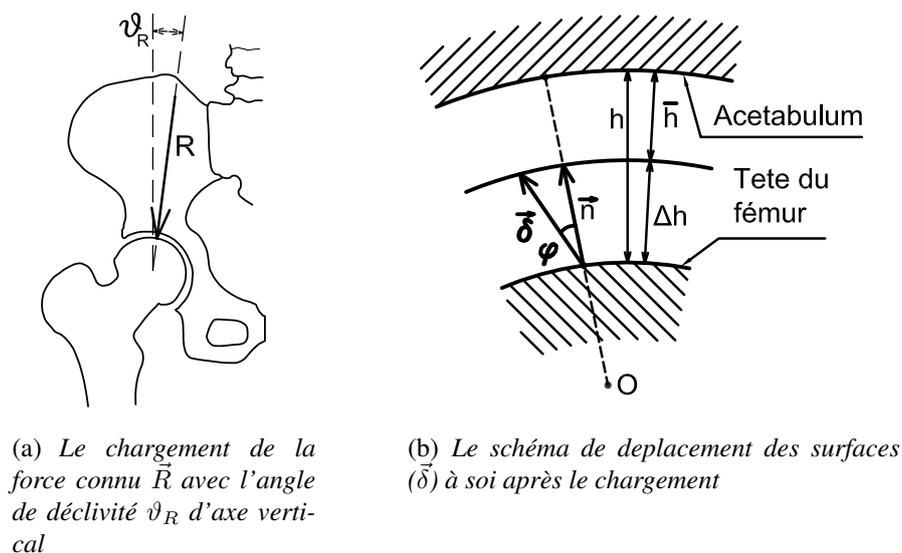
Auteur	Citation	$p_{max}$ [MPa]	Méthode
Legal, 1980	[18]	1,2 - 1,34	modèle analytique mathématique
Brinckmann et al., 1981	[5]	1,1 - 1,7	modèle analytique mathématique
Iglič et al., 1990	[15]	1,6	modèle analytique mathématique
Hadley et al., 1990	[11]	0,5 - 4,0	modèle analytique mathématique
Ipavec et al., 1999	[17]	1,6 - 2,7	modèle analytique mathématique
Mavčič et al., 2002	[19]	2,4	modèle analytique mathématique
Genda et al., 1995	[9]	2,0 - 2,45	DEA
Tsumura et al, 1998	[24]	2,5	DEA
Hipp et al., 1999	[12]	2,1	modèle numérique mathématique

Comme ça c'est possible avoir la disposition de la pression contacte dans la hanche pour chaque patient. En plus on travaille aussi à la vitesse de la caluclation pour une utilisation pratique.

## 2 La définition du model mathématique

Car le bord du cartilage n'est pas clairement évident sur les images on suppose que tout l'espace entre la tête du fémur et l'acetabulum est rempli par le cartilage. Les zones ne sont pas inclurés où est la distance entre la tête du fémur et l'acetabulum plus grande que 4mm, parce que c'est la carre du cartilage déterminé experimentalement [21]. Comme ça on délimite la surface de contact  $A$ .

Si on prend en compte le modèle articulaire dont tout les deux surfaces sont lisses, lubrifiés et glissent l'un après l'autre avec la friction négligeable puis on peut supposer, que les forces transmis par la surface articulaire ont la direction normale [16].



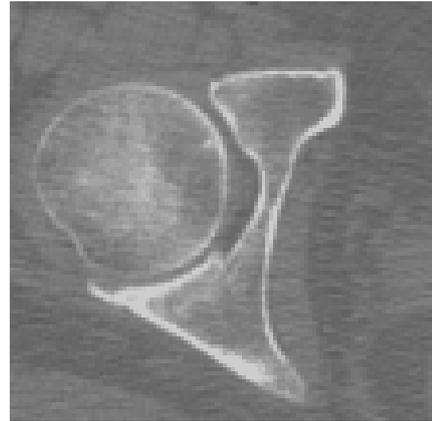
**FIGURE 1** – Le schéma du chargement de la hanche

Alors on suppose deux surfaces (la tête du fémur et l'acetabulum) chez les quelles après un chargement de la force connu viennent au déplacement réciproque  $\vec{\delta}$  et grâce à ça à la compression de la cartilage sur  $\Delta h$ . Dont chaque élément de la surface de contact  $A_i$  transmet la force  $\vec{R}_i$ .

### 3 Les donnés

Dans ce travail on a utilisé deux donnés. Les premiers donnés sont empruntés de The Visible Human Project [28] (VHP). Il s'agit du project de création de l'illustration un corps humain 3D, complete et anatomiquement détaillée en utilisant les techniques des photographies différentes. On a eu besoin d'obtenir des donnés avec la plus petite distance entre des images et en même temps avec le plus clair bord entre une cartilage et un os. Ces demandes ont rempli mieux les images TDM transversals lesquels on a finalement utilisé pour ce travail (Fig. 2). La femme laquelle on a photographé avait 59 ans et a mesuré 173 cm, son poids n'était pas donné.

D'autres donnés ont été fait en collaboration avec La clinique ophtalmologique JL en Prague parce que il y a un appareil 3 Tesla pour prendre des images de RMN. Comme ca nous pouvons obtenir des images avec une grande résolution [29].



**FIGURE 2** – *L'image de TDM de la hanche droite, la coupe transversale, la vue en direction cranien*



(a) *L'image où est bien visible le bord du os, la coupe sagittale, la vue en direction latérale. Le balayage : la façon du balayage 3D\_WATSc, la dimension des pixels 0,2455 mm, la distance entre des images 0,8999 mm.*



(b) *L'image où est difficile trouver du bord, il n'était pas convenable au travail suivent, la coupe sagittal, la vue en direction latérale. Le balayage : la façon du balayage PDW\_DR\_TSE, la dimension des pixels 0,2272 mm, la distance entre des images 2,75 mm.*

**FIGURE 3** – *Les images de la hanche droite de RMN*

On a fait plusieurs séries des images avec une façon de balayage. Le plus clair bord avait les images avec une façon de balayage 3D\_WATSc, la dimension des pixels 0,2455 mm et la distance entre des images 0,8999 mm. Finalement on a choisi des images en plan sagittal (Fig. 3). L'homme lequel on a photographé (in vivo) avait 30 ans et a mesuré 173 cm, son poids était 65 kg.

#### 4 La segmentation des images

Le but de la segmentation dans ce travail était la découverte de l'aire de la cartilage. Parce que les contours de la cartilage n'est pas bien visible on s'est limité sur la détermination du bord de l'acetabulum et de la tête du fémur.

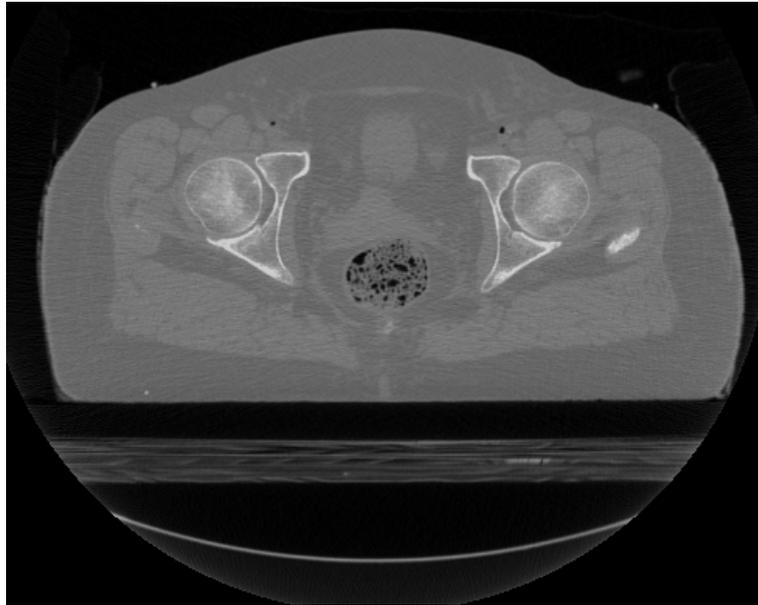
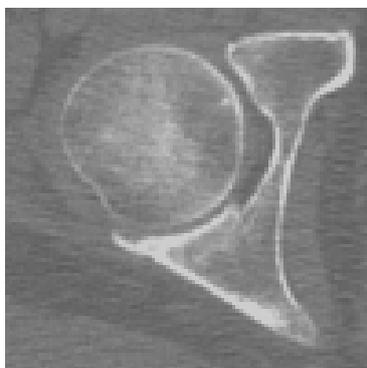
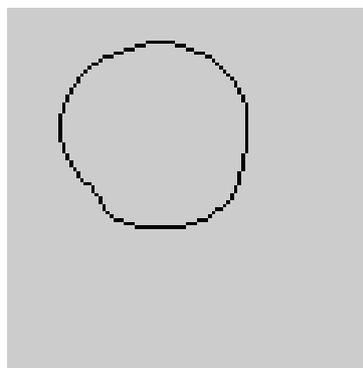


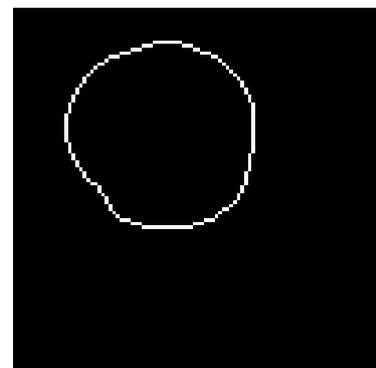
FIGURE 4 – L'image originale de TDM



(a) Découp de l'image



(b) Peinture du bord du fémur



(c) La conversion au format noir et blanc et puis au négatif

FIGURE 5 – La segmentation d'image de TDM

Tout d'abord on a converti les datas source, originalement en fromate .fre (VHP) et .cmd (RMN), en fromate sans pertes .tif (Fig. 4). A chaque série des images on a fait le plus petit découpage possible en ne comportant que l'aire de l'assemblage articulation (Fig. 5(a)). Puis on a ajouté à chaque image une couche nouvelle dans laquelle on a fait la segmentation manuel du bord de la tête du fémur ou de l'acetabulum par la 1px ligne (Fig. 5(b)). Après on a travaillé seulement avec la couche nouvelle dans laquelle était dépeint du bord. Cette couche on a con-

verti au format noir et blanc et puis au négatif. Ces images étaient déjà possibles utilisés comme les donnés pour les énumération suivantes (Fig. 5(c)).

## 5 L'ajoutement de courbe

D'abord on a fait 2D et 3D fitting pour déterminer l'abberation des datas dépeints de la circularité (ou de la sphéricité). Pendant fitting on s'efforce d'interligner le plus précise des points donnés par le cercle (la sphère) (Fig. 6) [30, 31]. Nous pouvons exprimer la précision de l'approximation par le coefficient de corrélation lequel exprime l'abberation linéaire de point du cercle (de la sphère). Plus que s'approche la valeur du coefficient de corrélation à 1 plus l'approximation est plus précise. Sur les graphes suivants (Fig. 7 et 8) est la dépendance de la valeur du coefficient de corrélation sur la position des images. Sur les figures 9 et 10 sont mis en graphique des abberations de la sphère fitté. Les teintes rouges signifient plus grande distance des points du centre que le rayon de la sphère fitté et les teintes bleus signifient une distance moins longue.

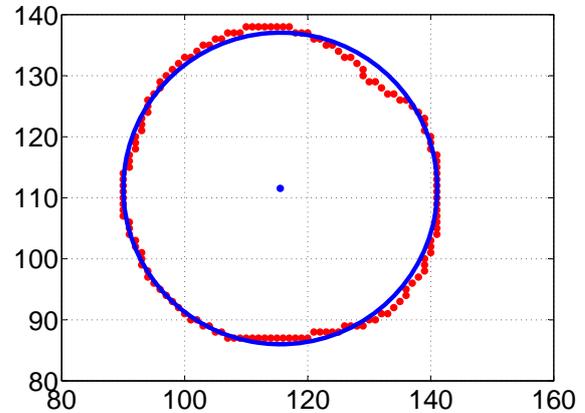


FIGURE 6 – 2D fitting, en rouge sont illustré des points et en bleu un cercle fitté

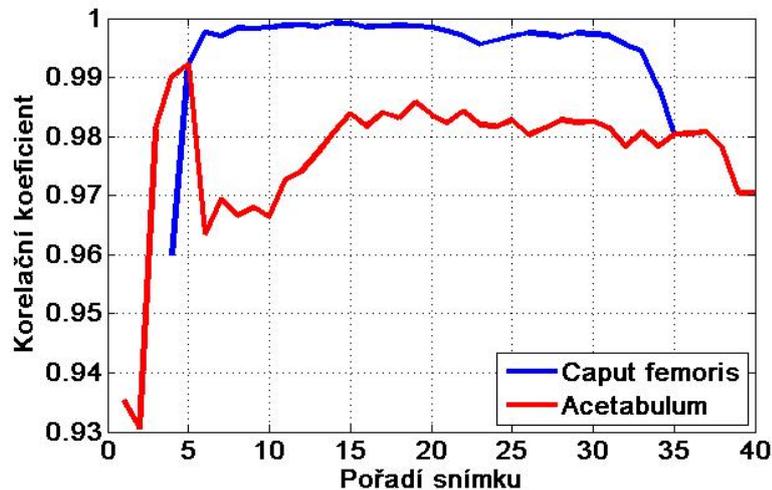


FIGURE 7 – Data TDM, le numéro d'image s'agrandit en direction inferior

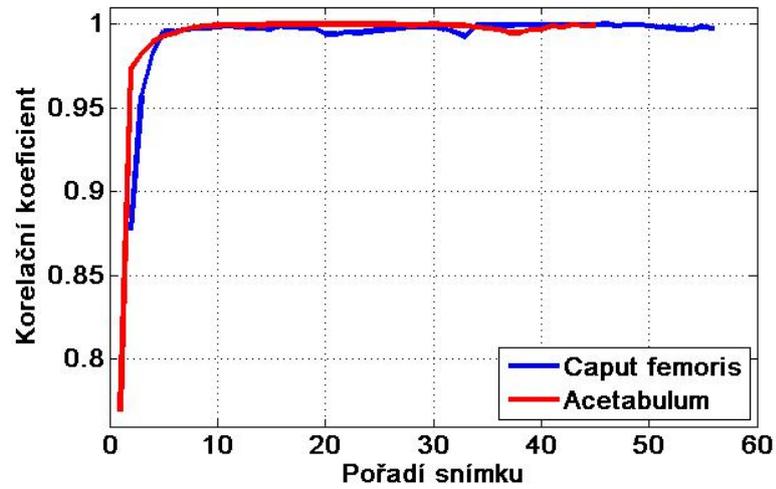


FIGURE 8 – Data RMN, le numéro d'image s'agrandit en direction latéral

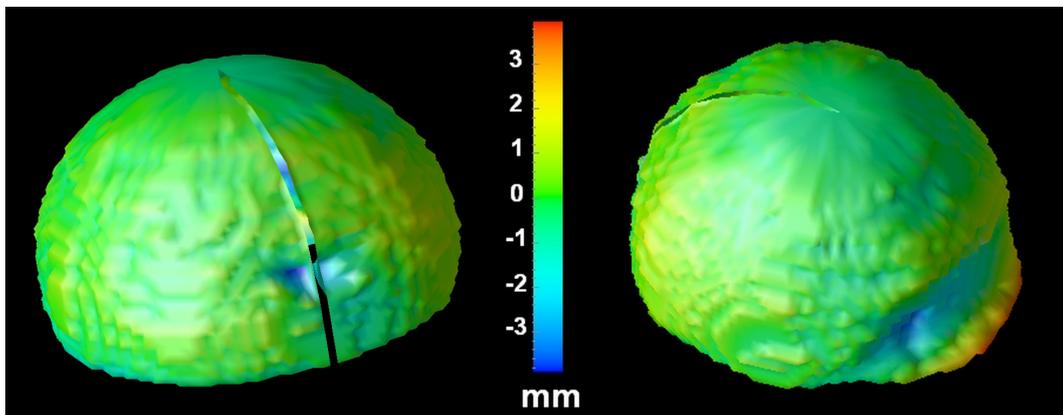


FIGURE 9 – Data TDM, à gauche il y a vue de côté medial, à droite il y a vue de côté latéral

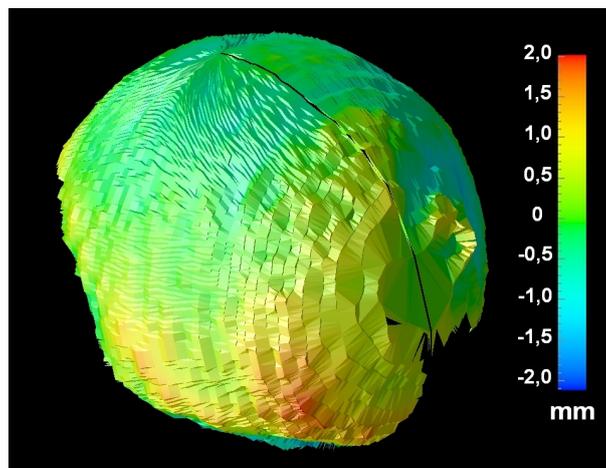
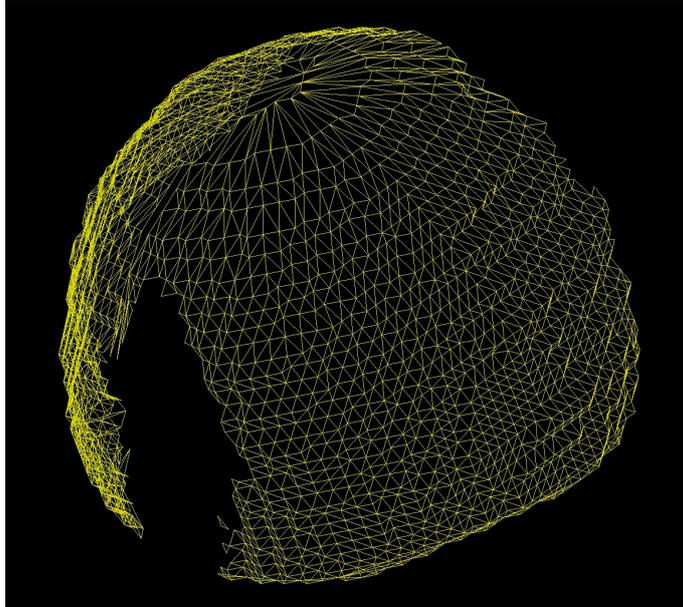


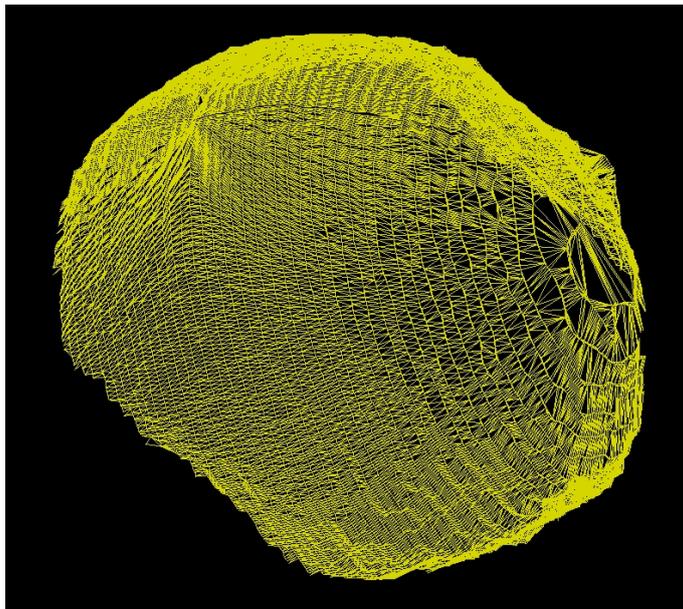
FIGURE 10 – Data RMN, vue de côté anterior

## 6 Le réseau de triangulation

Pour obtenir la surface de contact  $A$  on a fait le réseau des points de la tête du fémur (Fig. 11 a 12) en utilisant la triangulation de Delaunay [36, 32, 33, 34]. Au premier coup d'oeil est évident plus grande densité du réseau fait des données de RMN Fig. 12. C'est parce que les données de RMN ont la dimension des pixels plus petite que les données de TDM. Comme ça on a obtenu plusieurs fois plus grande nombre des points (et aussi des triangles) sur presque le même surface.



**FIGURE 11** – *Data TDM, le réseau des points de la tête du fémur, la surface de contact, la vue de côté postérieur*



**FIGURE 12** – *Data RMN, le réseau des points de la tête du fémur, la surface de contact, la vue de côté antérieur*

Pour plus de clarté sont spécifiés les paramètres des données et des réseaux dans les tables suivants.

**TABLE 3 – Les paramètres des images**

	TDM		RMN	
	Fémur	Acetab.	Fémur	Acetab.
Dimension des images segmentés [px]	190x190		300x300	
Dimension du pixel [mm]	0,9375		0,2455	
Nombre des images segmentés	32	40	55	45
Nombre des points	3895	3114	20620	11989

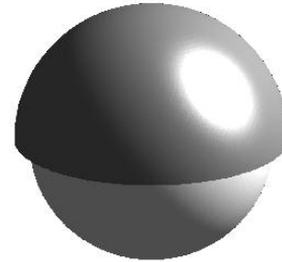
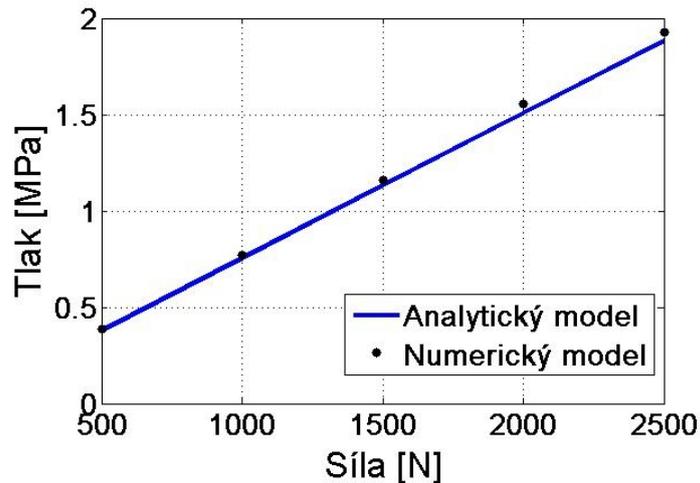
**TABLE 4 – Les paramètres des réseaux de triangulation**

	TDM fémur	RMN fémur
Nombre des triangles	7728	40912
Nombre des triangles sur la surface de contact	6762	27162
Dimension de la surface totale [cm <sup>2</sup> ]	58,692	66,83
Dimension de la surface de contact [cm <sup>2</sup> ]	45,523	44,611
Dimension moyenne de 1 triangle sur la surface de contact [cm <sup>2</sup> ]	0,6732	0,1642
Dimension maximale de 1 triangle sur la surface de contact [cm <sup>2</sup> ]	3,9551	8,5609
Dimension minimale de 1 triangle sur la surface de contact [cm <sup>2</sup> ]	0,4395	0,0301

## 7 La vérification du modèle

Pour vérifier notre modèle numérique on a fait la calcul de la pression contacte pendant le chargement de la force vertical  $\vec{R} = 500\text{N}$ , l'angle de déclivité d'axe vertical  $\vartheta_R = 0^\circ$ . La calcul était fait en utilisant des données générées de la sphère et du hémisphère avec un pas des coordonnées sphériques  $\pi/50$ . Ce résultat on a comparé au résultat du modèle analytique où était la tête du fémur était approximé par une sphère, l'acetabulum par un hémisphère (Fig. 13(b)) et le chargement était le même.

Sur le graphe suivant est illustré une différence de la grandeur de la pression contacte sur le modèle analytique et sur le modèle numérique en relation avec la grandeur de la force chargée. La déviation des résultats était dans l'intervalle 0,04% – 2%.



(a) La comparaison de la grandeur de la pression calculée par le modèle analytique et numérique

(b) L'illustration du modèle analytique

FIGURE 13

Sur la figure 14 il y a la disposition de la pression contacte sur les dates générés.

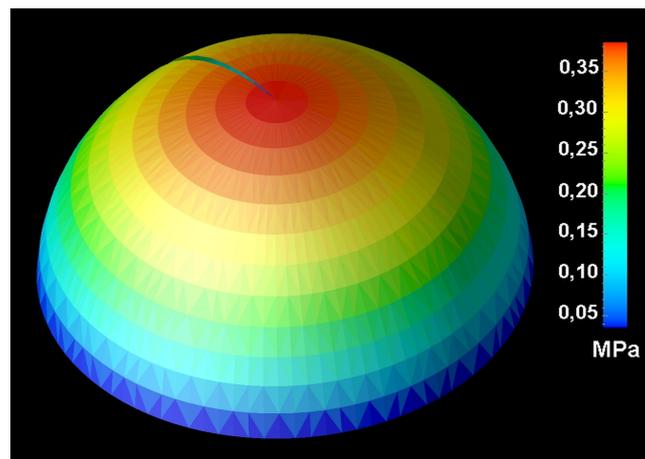


FIGURE 14 – La disposition de la pression contacte sur les dates générés pendant la charge-ment  $\vec{R} = 500N$

## 8 La pression contacte - le chargement statique

Pendant le chargement statique par la force  $\vec{R} = 2000N$ , l'angle  $\vartheta_R = 5^\circ$  on a obtenu ces résultats :

TABLE 5 – La pression contacte  $p$  et la grandeur de la surface de contact  $A$  pendant le charge-ment statique pour tout les deux modèles et aussi pour le modèle analytique

	$p_{max}$ [MPa]	$A$ [cm <sup>2</sup> ]
TDM modèle	3,60	22,75
RMN modèle	2,50	22,17
Modèle analytique	2,49	19,69

Sur les figures 15 et 16 il y a illustré la disposition de la pression contacte sur la surface de contact. Les valeurs de la pression maximale sont dans la Table 5. Nous pouvons remarquer que dans tout les deux cas le maximum il n' y a que en un point.

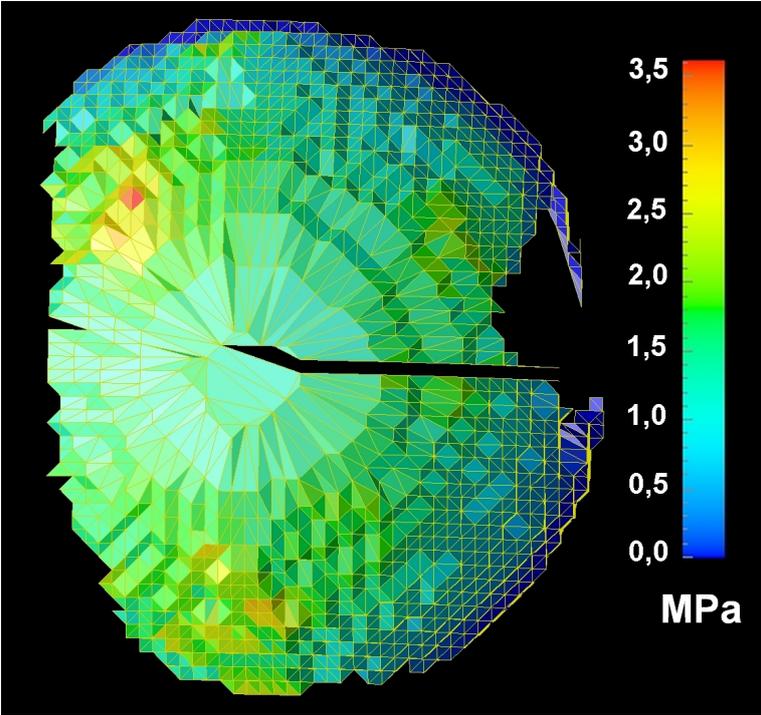


FIGURE 15 – Data TDM : la disposition de la pression contacte, la vue de côté supérieur

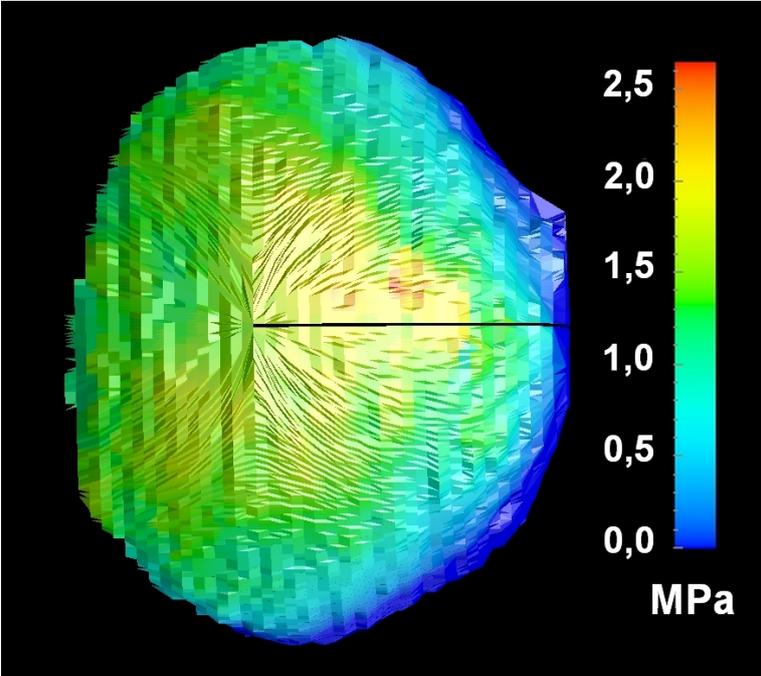


FIGURE 16 – Data RMN : la disposition de la pression contacte, la vue de côté supérieur

## 9 La pression contacte - le chargement dynamique

Grâce à l'endoprothèse spéciale dans laquelle était placé un capteur de force chargeante on a obtenu la grandeur de la force chargeante pendant le chargement dynamique pendant la marche [20]. Pendant un pas la force était mesurée 32 fois dans les intervalles réguliers. Ces mesures étaient faites chez un homme qui a eu 72 ans et son poids était 63 kg. Sur le graphe il y a une fonction de la grandeur de force chargeante à une phase de pas 17. Il y a bien marqué la phase du chargement de la hanche et de la relaxation.

Car les résultats des données de TDM étaient mieux on les a utilisés pour la calcul de la pression contacte pendant la marche. Comme ça on a obtenu la disposition de la pression contacte dans la hanche pendant le chargement dynamique dans chaque phase (Fig. 18). La pression maximale on a obtenu dans la phase 15 où est  $p_{max} = 4,16\text{MPa}$ .

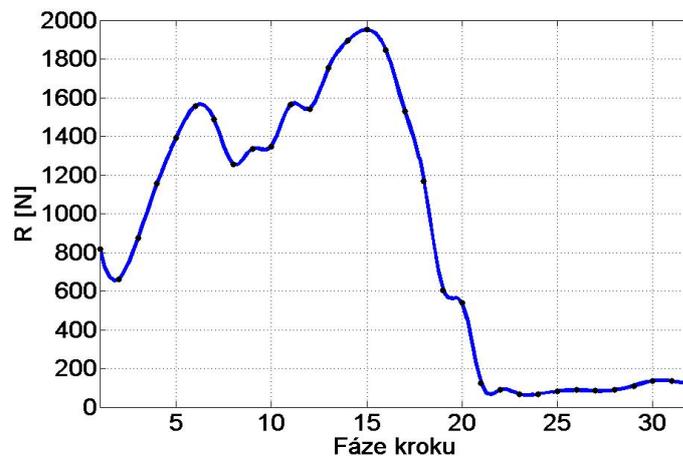


FIGURE 17 – La force chargeante  $\vec{R}$  pendant un pas

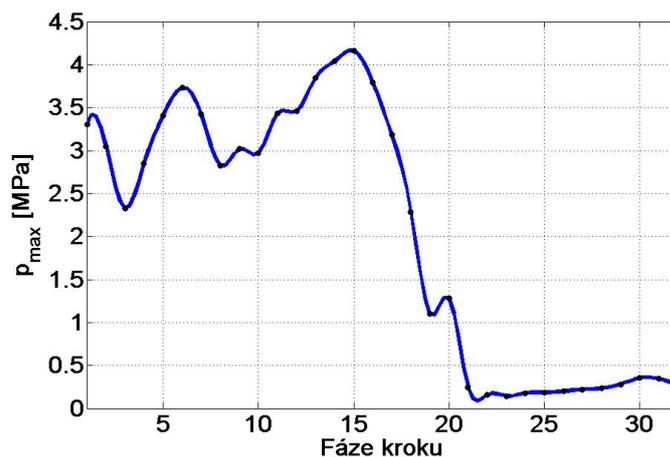


FIGURE 18 – La grandeur de la pression contacte maximale  $p_{max}$  pendant un pas

## 10 La conclusion

On a fait un modèle pour calculer la pression contacte de la hanche lequel compte avec la géométrie réelle. L'output de ce modèle est la disposition de la pression contacte et la calcul de la pression contacte maximale dans la hanche. Comme les données on a utilisé des images segmentées de la hanche de TDM et RMN. Le première output de notre logiciel était

le fitting où on a trouvé des écarts à la sphéricité d'une surface d'os en 2D et 3D. Puis on a fait le réseau de triangulation sur la surface de la tête du fémur. La surface de contact on a défini que on a éliminé les zones de la surface où est la carre de la cartilage plus grande que la carre physiologique. On n'a calculé la pression contacte que sur cette surface. Les valeurs de la pression contact dans la hanche sont pour les dates de TDM  $p_{max} = 3,6\text{MPa}$ , pour les dates de RMN  $p_{max} = 2,5\text{MPa}$  et pour comparaison pour le modèle analytique  $p_{max} = 2,49\text{MPa}$ . On peut dire que on a fait le modèle plus fidèle que sont les modèle mathématique utilisant maintenant. Les résultat meilleurs on a obtenu du modèle TDM. Cette valeur est plus proche des valeurs expérimentales. C'est la raison pourquoi on a l'utilisé pour une calcul de la disposition de la pression contacte pendant le chargement dynamique. La pression contact maximale est  $p_{max} = 4,16\text{MPa}$ . A la fin on peut dire la pression contact et même si la dimension de la surface contact est comparable avec les valeurs expérimental [10]. On a confirmé une prévision que les changements à la géométrie réel causent des écarts des modèles mathématiques des experiments. On a vérifié cette méthode pour la géométrie simplifié laquel on peut résoudre analytiquement.

### Les symboles

$A$	Surface	$[\text{cm}^2]$
$\vec{\delta}$	Deplacement de la cartilage	$[\text{mm}]$
$h$	Carre de la cartilage	$[\text{mm}]$
$\bar{h}$	Carre de la cartilage après la déforamtion	$[\text{mm}]$
$\Delta h$	Compression de la cartilage	$[\text{mm}]$
$p$	Pression contacte	$[\text{MPa}]$
$\vec{R}$	Force	$[\text{N}]$
RMN	Résonance magnétique nucléaire	
$\vartheta_R$	L'angle de déclivité $\vec{R}$ d'axe vertical	$[\text{°}]$
TDM	Tomodensitométrie	
VHP	The Visible Human Project	

## Références

- [1] Afoke, N.Y.P., Byers, P.D., Hutton, W.C. : *Contact pressures in the human hip joint*, Journal of Bone and Joint Surgery, 69B(4) :536–541, 1987.
- [2] Bay, B.K., Hamel, A.J., Olson, S.A., Shark, N.A. : *Statically equivalent load and support conditions produce different hip joint contact pressures and periacetabular strains*, Journal of Biomechanics, 30(2) :193–196, 1995.
- [3] Brand, R. A. : *Joint Contact Stress : A Reasonable Surrogate for Biological Process ?*, Iowa Orthop J. 2005 ; 25 : 82–94.
- [4] Brand, R.A., Iglíč, A., Kralj-Iglíč, V. : *Contact stress in the human hip : implication for disease and treatment*, Hip International, 11 :117–126, 2001.
- [5] Brinckmann, P., Frobin, W., Hierholzer, E. : *Stress on the articular surface of the hip joint in healthy adults and persons with idiopathic osteoarthritis of the hip joint*, Journal of Biomechanics, 14(3) :149–153, 1981.
- [6] Brown, T.D. : *In vitro contact stress distributions in the natural human hip*, Journal of Biomechanics, 16(6) :373–384, 1983.
- [7] Carter, D.R., Beaupre, G.S. : *Letter to the Editor*, Journal of Biomechanics 32 (1999) 1255-1256
- [8] Daniel, M. : *Contact stresses in the human hip joint - review*, Bulletin of Applied Mechanics 2(8), 197–203, 2006
- [9] Genda, E., Konishi, N., Hasegawa, Y., Miura, T. : *A computer simulation study of normal and abnormal hip joint contact pressure*, Archives of Orthopaedic and Trauma Surgery, 114 :202–206, 1995.
- [10] Greenwald, A. S., Haynes, D. W. : *WEIGHT-BEARING AREAS IN THE HUMAN HIP JOINT*, The Journal of Bone and Joint Surgery, Vol. 54B, No. 1, February 1972
- [11] Hadley, N.A., Brown, T.D., Weinstein, S.L. : *The effects of contact stress pressure elevations and aseptic necrosis in the long-term outcome of congenital hip dislocation*, Journal of Orthopaedic Research, 8 :504–513, 1990.
- [12] Hipp, J.A., Sugano, N., Millis, M.B., Murphy, S.B. : *Planning acetabular redirection osteotomies based on joint contact pressures*, Clinical Orthopaedics and Related Research, 364 :134–143, 1999.
- [13] Hodge, W. A., Fujian, R. S., Carlson, K. L., Burgess, R. G., Harris, W. H., Mann, R. W. : *Contact pressures in the human hip joint measured in vivo*, Proc. Nati. Acad. Sci. USA Vol. 83, pp. 2879-2883, May 1986
- [14] Hodge, W.A., Carlson, K.L., Fijan, R.S., Burgess, R.G., Riley, P.O., Harris, W.H., Mann, R.W. : *Contact pressures from an instrumented hip endoprosthesis*, Journal of Bone and Joint Surgery, 71A :1378–1386, 1989.
- [15] Iglíč, A., Srakar, F., Antolič, V., Kralj-Iglíč, V., Batagelj, V. : *Mathematical analysis of Chiari osteotomy*, Acta Orthopædica Iugoslavica, 20 :35–39, 1990.
- [16] Iglíč, A., Kralj-Iglíč, V., Daniel, M., Maček-Lebar, A. : *Computer Determination of Contact Stress Distribution and Size of Weight Bearing Area in the Human Hip Joint*, Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, Volume 5, Issue 2 2002 , pages 185 - 192

- [17] Ipavec, M., Brand, R.A., Pedersen, D.R., Mavčič, B., Kralj-Iglič, V., Iglič A. : *Mathematical modelling of stress in the hip during gait*, Journal of Biomechanics, 32 :1229–1235, 1999.
- [18] Legal, H. : *Introduction to the biomechanics of the hip*, In D. Tönis, editor, Congenital dysplasia and dyslocation of the hip. Springer-Verlag, Berlin, 1987.
- [19] Mavčič, B., Pompe, B., Daniel, M., Iglič, A., Kralj-Iglič, V. : *Mathematical estimation of stress distribution in normal and dysplastic human hip*, Journal of Orthopaedic Research, 20 :1025–1030, 2002.
- [20] Pedersen, D. R., Brand, R. A., Davy D. T. : *PELVIC MUSCLE AND ACETABULAR CONTACT FORCES DURING GAIT*, J.Biomechanics, Vol. 30, No. 9, pp. 959-965, 1997
- [21] Shepherd, D. E. T., Seedhom, B. B. : *Thickness of human articular cartilage in joints of the lower limb*, Ann. Rheum. Dis 1999 ;58 ;27-34
- [22] Sparks, D. R., Beason, D. P., Etheridge, B. S., Alonso, J. E., Eberhardt, A. W. : *Contact pressures in the flexed hip joint during lateral trochanteric loading*, J Orthop Res, 23(2) :359–366, Mar 2005.
- [23] Tackson, S. J., Krebs D. E., Harris, B. A. : *Acetabular pressures during hip arthritis exercises*, Arthritis Care Research, 10(5) :308–319, 1997.
- [24] Tsumura, H., Miura, H., Iwamoto, Y. : *Three-dimensional pressure distribution of the human hip joint—comparison between normal hips and dysplastic hips*, Fukuoka Igaku Zasshi, 89(4), 1998.
- [25] von Eisenhart, R., Adam, C., Steinlechner, M. Mller-Gerbl, M., Eckstein, F. : *Quantitative determination of joint incongruity and pressure distribution during simulated gait and cartilage thickness in the human hip joint*, J Orthop Res, 17(4) :532–539, Jul 1999.
- [26] Horčička, V. : *Osteoartróza, III. interní klinika FN a LF UP Olomouc, 2004*  
Dostupné z : <http://www.solen.cz/pdfs/int/2004/05/03.pdf> (Décembre 2009)
- [27] *FUJI filmy*  
Dostupné z : [http://www.spareonweb.com/mw\\_man.pdf](http://www.spareonweb.com/mw_man.pdf) (Décembre 2009)
- [28] *The Visible Human Project, 1994*  
[http://www.nlm.nih.gov/research/visible/getting\\_data.html](http://www.nlm.nih.gov/research/visible/getting_data.html)  
(Juillet 2009)
- [29] *Privátní klinika JL*  
<http://www.eyecentrum.cz/> (Octobre 2009)
- [30] Brown, R. : *Fits circles to 2D data using nonlinear least squares to minimise geometric error*  
<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/15060-fitcircle-m/>  
(Août 2009)
- [31] Gander, W., Golub, G. H., Strelbel, R. : *Least-Squares Fitting of Circles and Ellipses*  
<http://www.emis.de/journals/BBMS/Bulletin/sup962/gander.pdf>  
(Août 2009)

- [32] Peterson, S. :*COMPUTING CONSTRAINED DELAUNAY TRIANGULATIONS*  
[http://www.geom.uiuc.edu/~samuelp/del\\_project.html](http://www.geom.uiuc.edu/~samuelp/del_project.html)  
(Août 2009)
- [33] *Delaunay*  
<http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/techdoc/ref/delaunay.html>  
(Août 2009)
- [34] Bayer, T. :*Triangulační algoritmy*  
<http://web.natur.cuni.cz/~bayertom/IM/idm4.pdf> (Août 2009)
- [35] *Osteoartróza*  
<http://cs.wikipedia.org/wiki/Osteoartróza>(Octobre 2009)
- [36] *Delaunayova triangulace*  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Delaunay\\_triangulation](http://en.wikipedia.org/wiki/Delaunay_triangulation)  
(Octobre 2009)