

Problematika samobuzeného kmitání při obrábění

Ing. Petr Fojtů

Abstrakt

Vznik samobuzeného kmitání (chvění) při obrábění je faktor výrazně omezující výkonnost obráběcích strojů. V příspěvku bude stručně popsána klasická frekvenční teorie popisující zákonitosti vzniku samobuzeného kmitání. Dále bude popsán jednoduchý model soustružení pracující v časové doméně, který byl sestaven v prostředí MATLAB-SIMULINK. Tento model umožňuje uvažovat i jevy, které klasická teorie zanedbává. Jeho postupným rozšiřováním bude ukázán vliv některých zjednodušení, které klasická teorie předpokládá. V textu bude také popsán postup vyhodnocení stability rezného procesu.

Klíčová slova

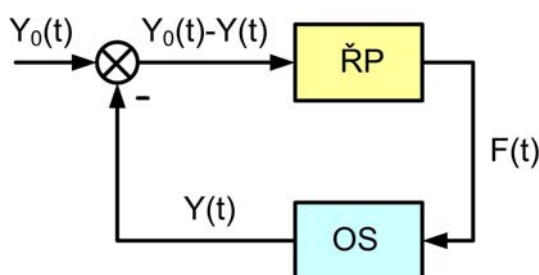
Samobuzené kmitání, chvění, frézování.

1. Úvod

Základy teorie vzniku samobuzených kmitů byly vypracovány již v 50. letech ve VUOSO Praha. Teorie byla odvozena pro případ soustružení a s určitými zjednodušeními byla poté aplikována na případ frézování. Právě u frézování se ukázal její význam. Teorie umožňuje sestavení diagramu stability s jehož pomocí je možné maximálně využít výkon stroje, resp. vřetene. Toto je významný faktor při vývoji a konstrukci strojů. Diagram stability je tvořen mezními křivkami stability, tzv. „loby“, které oddělují oblast stabilních a nestabilních rezných podmínek. Diagram stability ukazuje závislost mezní šířky třísky b_{mez} na otáčkách vřetene n . Při mezní šířce třísky je rezný proces právě na mezi stability, tzn. že chvění nenarůstá. Pokud zvolíme podmínky z oblasti nad křivkou, proces se stane nestabilním. Dojde ke vzniku samobuzeného kmitání, které může vést až k poškození nástroje nebo i stroje.

2. Vznik samobuzeného kmitání

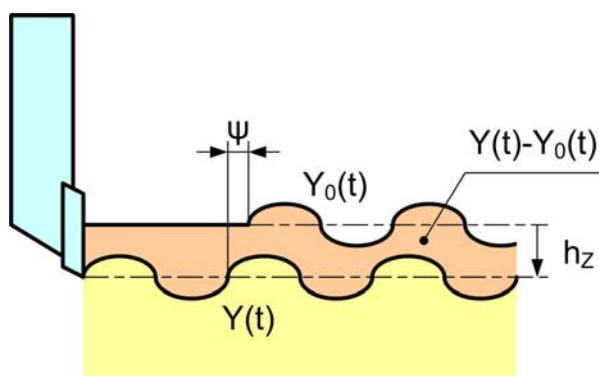
Vznik samobuzeného kmitání se objevuje jak při hrubování tak i při obrábění na čisto. Chvění vzniká vzájemným ovlivňováním rezného procesu a obráběcího stroje, což je možné vyjádřit zpětnovazebním obvodem na Obr. 1. Chvění je způsobeno modulací statické složky řezné síly, která je zajištěna proměnným průřezem, resp. proměnnou hloubkou třísky. Změna hloubky třísky je dána změnou relativní polohy nástroje a obrobku právě v důsledku kmitání celého systému stroj-nástroj-obrobek. Rezný proces je tedy zdrojem vnitřního buzení systému. Vznik samobuzeného kmitání je podmíněn existencí modulované řezné síly, resp. existencí proměnné hloubky třísky. Je typické, že vzniká náhle při překročení určité mezní hodnoty, kterou je mezní šířka třísky b , resp. mezní axiální hloubka třísky a_p . Existují dva základní principy vzniku samobuzeného kmitání při obrábění.



Obr. 1: Zpětnovazební obvod

2.1 Regenerativní princip

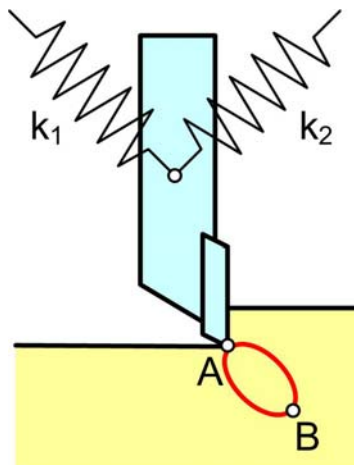
Podle regenerativního principu vznikají samobuzené kmity tak, že kmitající břit nástroje $Y(t)$ obrábí pochvěný povrch $Y_0(t)$, který vznikl při předchozím řezu (Obr. 2). Zvlnění na povrchu obrobku mění periodicky hloubku řezu, resp. průřez třísky a tím moduluje řeznou sílu, která budí celý systém. Takto se vlny regenerují při každém řezu (při každé otáčce vřetene, resp. při každém záběru zubu). Existuje určitý fázový posun mezi vlnitostí obrobeného povrchu a kmity nástroje, který je podle regenerativního principu pro vznik samobuzených kmitů rozhodující. Pokud by byl např. tento fázový posun nulový, bude průřez třísky konstantní, takže řezná síla nebude modulována a samobuzené kmitání se neobjeví.



Obr. 2: Regenerativní princip

2.2 Princip polohové vazby

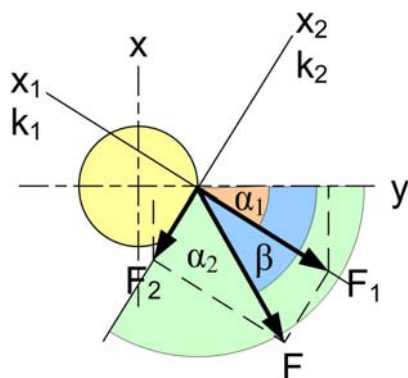
Podle principu polohové vazby je pro vznik samobuzených kmitů nutná existence dvou dominantních tvarů kmitů mezi nástrojem a obrobkem, které jsou navzájem kolmé a mají různé vlastní frekvence. Periodická řezná síla pak systém rozkmitá současně v obou směrech tvarů stejnou frekvencí a konstantní vzájemnou fází tak, že břit se pohybuje po eliptické dráze (Obr. 3). Při pohybu po elipse ve směru hodinových ručiček z bodu A do bodu B řezná síla působí proti směru pohybu a odebírá tak energii ze systému. Naopak při pohybu z bodu B do bodu A řezná síla energii do systému dodává. Protože na dráze BA se obrábí ve větší hloubce (větší řezná síla) než na dráze AB, převažuje energie do systému dodávaná. Pokud se dodaná energie nestačí spotřebovat tlumením, dojde k postupnému nárůstu amplitudy kmitů a řezný proces se stane nestabilním. Takto může dojít ke vzniku samobuzeného kmitání i při obrábění hladkého, nepochvěného povrchu (např. při prvním řezu nebo při obrábění závitů). Podle principu polohové vazby je pro vznik chvění rozhodující vzájemná směrová orientace řezné síly a kmitavého systému stroje.



Obr. 3: Princip polohové vazby

3. Klasická frekvenční teorie – mezní šířka třísky a podmínka stability

Odvození mezní šířky třísky bude vycházet z *Obr. 4*. Řezná rychlost nástroje a obrobku je označena jako v . Stroj je dynamicky charakterizován hlavními tvary kmitů. Výchyšky těchto relativních kmitů mezi nástrojem a obrobkem pak leží ve směrech x_1 , x_2 natočených vůči normále obráběného povrchu y o úhly α_1 , α_2 . Složky řezné síly spadající do směrů x_1 , x_2 vyvolají kmitání, které se po prvním řezu projeví ve směru normály jako vlnitost povrchu $Y_0(t)$. Při dalším řezu celý systém již kmitá. Uvažujeme kmity břitu nástroje $Y(t)$ orientované opět do směru normály obráběného povrchu. Kmity nástroje a vlnitost povrchu mají tedy amplitudy Y a Y_0 a jsou vzájemně posunuty o fázi ψ . Na *Obr. 4* je rovněž označena řezná síla $F(t)$ skloněná vůči normále y o úhel β .



Obr. 4: Směrová orientace

Řeznou silou, resp. její proměnlivou složku lze vyjádřit vztahem:

$$F = Rb(Y_0 - Y) \quad (1)$$

V odvození není pro zjednodušení zápisu uváděno, že veličiny F , Y a Y_0 jsou funkcemi času. Rozdíl amplitud $(Y - Y_0)$ vyjadřuje proměnnou hloubku třísky. Hodnota koeficientu R závisí hlavně na obráběném materiálu a dále může být ovlivněna řeznými podmínkami, geometrií nástroje, resp. jeho opotřebením. Zjednodušeně předpokládáme, že koeficient R odpovídá specifickému řeznému odporu, platí:

$$R = K_C \quad (2)$$

Dále předpokládáme, že koeficient R je reálný, tzn. že mezi řeznou silou F a hloubkou třísky $(Y - Y_0)$ není fázový posuv a velikost řezné síly není závislá na frekvenci kmitání.

Výchylka kmitání břitu nástroje je dána vztahem:

$$Y = \Phi(f) \cdot F \quad (3)$$

Přenosová funkce $\Phi(f)$ je komplexní receptance. Obecně je dána poměrem komplexní amplitudy výchylky ve zvoleném směru a budící síly působící v jiném směru. Nás ale zajímá složka kmitů ve směru normály obráběného povrchu y buzených řeznou silou $F(t)$ skloněnou vůči normále y o úhel β . Přenos mezi výchylkou a silou je tedy obecně dán vztahem:

$$\Phi = \frac{Y}{F} \quad (4)$$

Složky řezné síly ve směrech x_1, x_2 budící tyto tvary jsou dány vztahem:

$$\begin{aligned} F_1 &= F \cos(\alpha_1 - \beta) \\ F_2 &= F \cos(\alpha_2 - \beta) \end{aligned} \quad (5)$$

Pomocí poddajností (příčných receptancí) jsou vypočteny výchylky v příslušných směrech:

$$\begin{aligned} X_1 &= F_1 \cdot \Phi_1 \\ X_2 &= F_2 \cdot \Phi_2 \end{aligned} \quad (6)$$

Předmětem zájmu je ale kmitání ve směru normály y , je tedy nutné výchylky X_1, X_2 do tohoto směru promítnout. Výsledná výchylka potom bude dána součtem obou průmětů:

$$Y = X_1 \cos \alpha_1 + X_2 \cos \alpha_2 \quad (7)$$

Lze napsat:

$$Y = F \left[\Phi_1 \cdot \cos \alpha_1 \cdot \cos(\alpha_1 - \beta) + \Phi_2 \cdot \cos \alpha_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \beta) \right] \quad (8)$$

kde označíme u_1, u_2 jako směrové faktory:

$$\begin{aligned} u_1 &= \cos \alpha_1 \cdot \cos(\alpha_1 - \beta) \\ u_2 &= \cos \alpha_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \beta) \end{aligned} \quad (9)$$

Výsledný vztah pro výchylku ve směru normály y pak je:

$$Y = F (\Phi_1 u_1 + \Phi_2 u_2) \quad (10)$$

Výsledný komplexní přenos mezi F a Y které mají různý směr se nazývá příčná (orientovaná) receptance a je dána součtem přímých přenosů obou tvarů.

$$\Phi = \frac{Y}{F} = \Phi_1 u_1 + \Phi_2 u_2 = \Phi_{o1} + \Phi_{o2} \quad (11)$$

Pro odvození mezní šířky třísky dosadíme rovnici (1) do (3) a úpravou vyjádříme poměr:

$$Y = \Phi \cdot Rb (Y_0 - Y) \quad (12)$$

$$\frac{Y_0}{Y} = \frac{1 + \Phi Rb}{\Phi Rb} = \frac{1}{Rb} + \Phi \quad (13)$$

Podmínka stability řezného procesu je pak vyjádřen takto:

$$\left| \frac{Y_0}{Y} \right| = 1 \quad (14)$$

což vyjadřuje požadavek na to, aby se amplituda kmitů při po sobě jdoucích řezech neměnila, tedy aby systém kmital na mezi stability. Po dosazení rovnice (13) do podmínky stability (14) dostaneme rovnost absolutních hodnot dvou komplexních funkcí. Ty jsou si rovny pokud jsou si rovny jejich složky z čehož plyne podmínka rovnosti reálných částí obou funkcí:

$$\left| \frac{1}{Rb} + \Phi \right| = |\Phi|, \text{ neboli } \left| \frac{1}{Rb} + G(f) + jH(f) \right| = |G(f) + jH(f)| \quad (15)$$

přičemž rovnost imaginárních částí je evidentní. Pro znaménko plus vede výpočet na nekonečně velkou šířku třísky b . Konečný tvar podmínky stability je tedy:

$$Rb = \frac{-1}{2G(f)} \quad (16)$$

Pro mezní šířku třísky pak platí vztah:

$$b_{mez} = \frac{-1}{2RG(f)_{neg}} \quad (17)$$

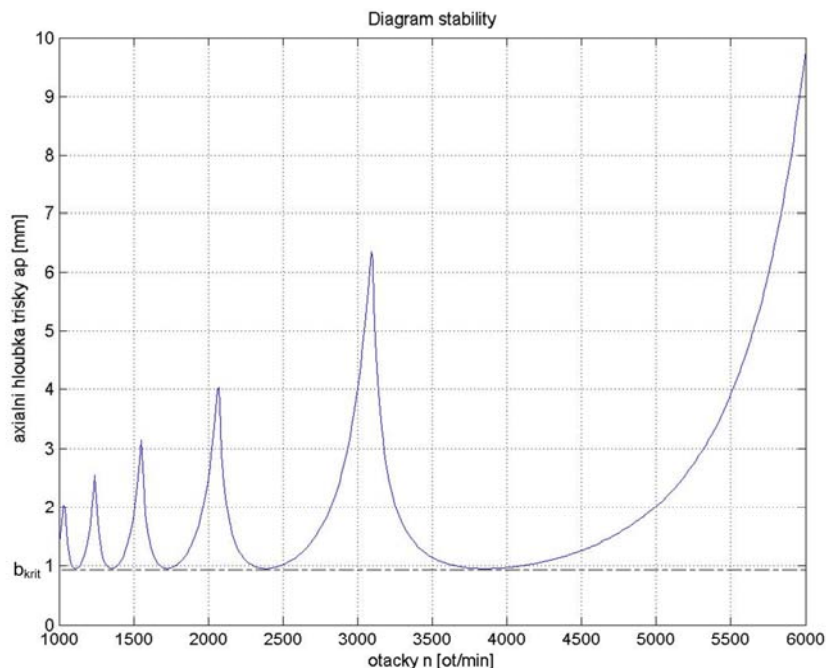
Tzn. že řezný proces bude stabilní pokud šířka třísky bude menší než je právě šířka mezní. Protože šířka třísky b je kladné číslo, je výše uvedená podmínka splněna pouze pro záporné hodnoty $G(f)$, proto je v označení použit index „neg“. Záporné minimum reálné charakteristiky pak určuje minimální mezní šířku třísky, tzv. kritickou mezní šířku pro kterou je řezný proces stabilní (nebo na mezi stability) v celém rozsahu otáček vřetene. Platí vztah:

$$b_{krit} = \frac{-1}{2RG(f)_{neg,min}} \quad (18)$$

4. Mezní křivky stability – „loby“

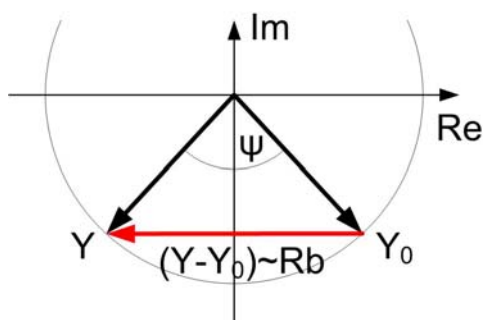
Mezní křivky stability jsou závislosti mezní šířky třísky na otáčkách vřetene (Obr. 5). Složením jednotlivých lobů vznikne praktický diagram stability, který umožňuje optimální volbu řezných podmínek (volbu otáček a šířky třísky). V oblasti pod křivkami, kde je pro konkrétní otáčky hodnota šířky třísky menší než hodnota mezní, je řezný proces stabilní. Oblast nad křivkami je pak oblastí nestabilních řezných podmínek při kterých dojde k samobuzenému kmitání. Diagram tedy poskytuje několik informací. Umožňuje nastavit takové řezné podmínky, aby bylo v celém rozsahu otáček vyloučeno nebezpečí vzniku chvění. Toho dosáhneme zvolíme-li šířku třísky menší než je hodnota kritické mezní šířky b_{krit} . Pro dosažení vyšších úběrů materiálu při prubování lze určit vhodné oblasti otáček při kterých je možné odebírat výrazně větší šířku třísky než je dána kritickou hodnotou b_{krit} . Na základě diagramu je také možné optimalizovat nastavení řezných podmínek tak, aby byla odebírána maximální možná šířka třísky, tedy aby byl maximalizován výrobní výkon stroje. V případě, že se při obrábění objeví chvění, diagram napoví v jakém rozsahu je vhodné zvyšovat či snižovat otáčky pro jeho odstranění, případně zda a o kolik je nutné snížit šířku třísky.

Pro sestavení diagramu stability je nejprve třeba měřením na stroji s upnutým konkrétním nástrojem získat amplitudo-fázové frekvenční charakteristiky tzv. příčné receptance $\Phi(f)$. Z charakteristik je možné pro určitou frekvenci získat hodnotu amplitudy a fázového posunutí



Obr. 5: Diagram stability

a tyto pak jako vektor vynést do komplexní roviny. Pro systém kmitající na mezi stability lze sestavit kruhový diagram (Obr. 6). Velikost vektoru Y_0 je dána tím, že pro systém je splněna podmínka stability $|Y|=|Y_0|$. Orientace vektoru Y_0 je pak dána tím, že rozdíl vektorů Y_0 a Y musí být reálný, což vyplývá z předpokladu že všechny zbývající členy rovnice (1) jsou reálné. Z kruhového diagramu můžeme odečíst hodnotu fázového posunutí ψ zvlněného povrchu a kmitů nástroje a dále pak hodnotu rozdílu vektorů Y_0 a Y , která je úměrná součinu $R \cdot b_{mez}$.



Obr. 6: Kruhový diagram

Pro určitou frekvenci ω máme hodnotu $R \cdot b_{mez}$ a hodnotu fázového posunutí ψ . Na základě rovnice (2) určíme hodnotu b_{mez} a pomocí následujícího vztahu ji přiřadíme konkrétním otáčkám:

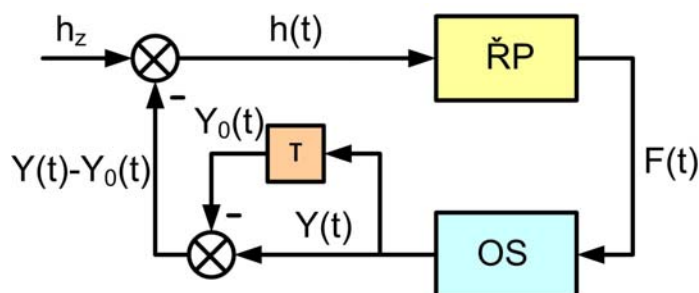
$$n = \frac{60 \cdot f}{z \cdot \left(N + \frac{\psi}{2\pi} \right)} \quad (19)$$

kde z je počet zubů frézy a N je počet celých vln na povrchu obrobku mezi po sobě následujícími řezy ($N=\{0,1,2,3,\dots\}$). Na základě vyhodnocení vhodně zvoleného souboru

frekvencí lze pak vykreslit $N+1$ mezních křivek pro daný rozsah pracovních otáček. Diagram stability potom tvoří obálka těchto mezních křivek.

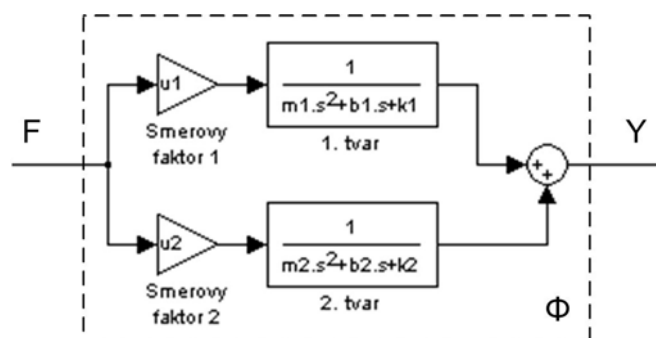
5. Samobuzené kmitání jako zpětnovazební systém

Klasická metoda vyšetřování samobuzených kmitů při obrábění pracuje ve frekvenční oblasti s čímž souvisí řada nutných, zjednodušujících předpokladů a omezení. Sestavení modelu obrábění v časové doméně umožňuje vyhnout se některým zjednodušením a otevírá další možnosti. Proto byl na základě regenerativního principu sestaven obecný model procesu obrábění, který je znázorněn blokovým schématem na Obr. 7, kde $h_z(t)$ je žádaná (programovaná) hloubka třísky, $h(t)$ je hloubka třísky již zmodulovaná kmitáním nástroje vůči obrobku. Blok ŘP znázorňuje řezný proces a na jeho výstupu je časově proměnná řezná síla $F(t)$. Blok OS pak znázorňuje kmitavý systém stroje jehož vstupem je okamžitá výchylka špičky nástroje $Y(t)$ orientovaná ve směru normály k obráběnému povrchu. Blok T znázorňuje časové zpoždění pokmitaného povrchu z předchozího řezu. Y_0 je tedy pokmitaný povrch. Rozdíl $(Y-Y_0)$ označíme jako $\Delta h(t)$. Je to změna hloubky třísky, která v čase moduluje hloubku třísky žádanou.



Obr. 7: Schéma fyzikálního modelu

Blok ŘP symbolizující řezný proces vyjadřuje přenos mezi hloubkou odebírané třísky a řeznou silou. V nejjednodušším případě je tato závislost uvažována jako lineární, přičemž konstantou úměrnosti je specifický řezný odpor materiálu K_C . Ovšem závislost může být i nelineární, protože řezný odpor lze definovat např. v závislosti na aktuální řezné rychlosti nebo aktuální hloubce třísky.



Obr. 8: Přenosová funkce Φ

Blok OS symbolizuje kmitavý systém stroje. Zpravidla se jedná o dva dominantní tvary kmitu, které jsou na sebe kolmé. Rozhodující pro změnu hloubky třísky a tedy modulaci řezné síly je kmitání nástroje ve směru normály obráběného povrchu. Kmitání v normále získáme jako součet příspěvků jednotlivých tvarů po zavedení směrových faktorů, což je vidět na Obr. 8. Při soustružení jsou směrové faktory zpravidla konstantní. Jsou dány konstrukcí soustruhu a směrem řezné síly, který se při soustružení nemění. Při frézování je situace odlišná. Směr

řezné síly se mění v závislosti na aktuálním natočení frézy, na tom, zda frézujeme sousledně či nesousledně. Zároveň se však mění orientace normály povrchu vůči orientaci kmitavého systému v závislosti na programované dráze nástroje. Směrové faktory při frézování tedy nelze považovat za konstantní.

Blok T symbolizuje zpoždění pokmitaného povrchu z předchozího řezu o dobu T, která je u soustružení dána dobou trvání jedné otáčky obrobku a u frézování pak dobou mezi záběry jednotlivých zubů frézy. Pro dobu T platí vztah:

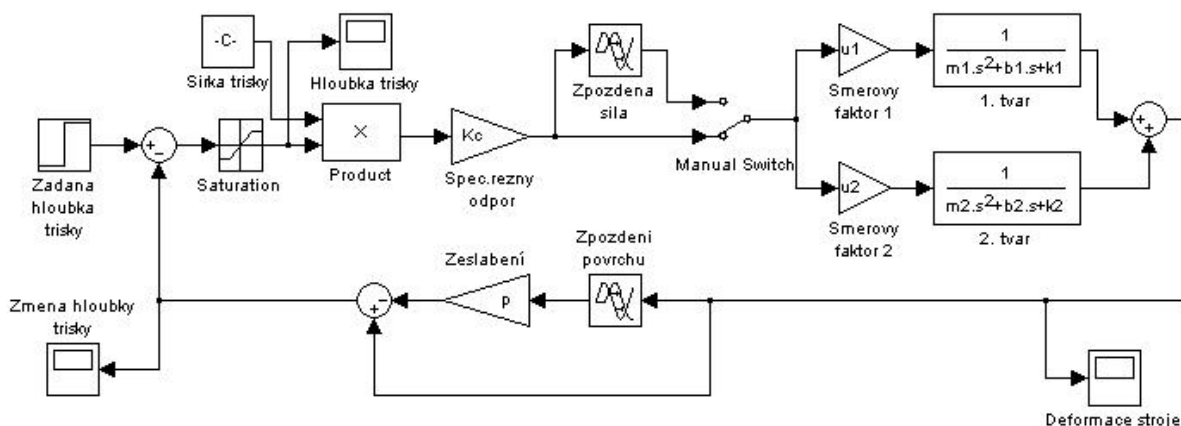
$$T = \frac{60}{n \cdot z} \quad (20)$$

kde n [ot/min] jsou otáčky vřetene a z je počet břitů nástroje.

Sestavení fyzikálního modelu v prostředí MATLAB-SIMULINK umožňuje vyšetřovat i řezný proces mimo mez stability. Do modelu mohou být zařazeny různé nelineární členy, např. funkční závislosti parametrů řezného procesu nebo stroje. Do schématu je také možné zařadit matematické modely podskupin či komponent stroje (např. vřeteno).

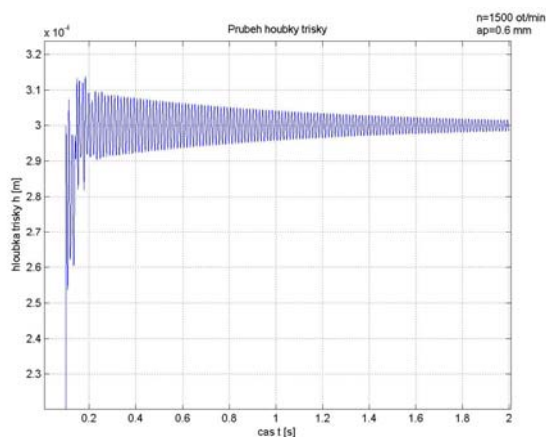
6. Jednoduchý model soustružení

Byl sestaven model soustružení pro případ zapichování. Jeho schéma je na Obr. 9. Na dalších obrázcích jsou uvedeny příklady průběhů, které lze z modelu získat. Průběh hloubky třísky je vidět na Obr. 10. Zesílení tohoto signálu pak určuje řeznou sílu. Hodnota zesílení je rovna součinu šířky třísky a specifického řezného odporu. Kmitání špičky nástroje neboli deformaci stroje ukazuje Obr. 11. Na Obr. 12 je průběh změny hloubky třísky, který pro případ soustružení modifikuje konstantní žádanou hloubku třísky.

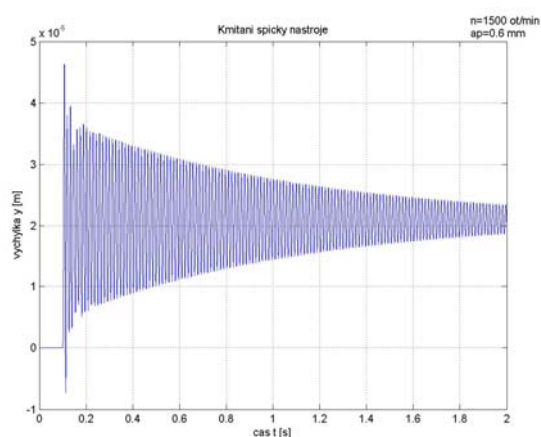


Obr. 9: Blokové schéma modelu

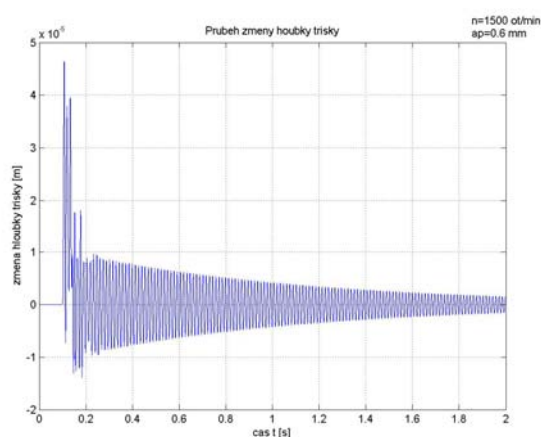
Blok „saturation“ simuluje vyskakování nástroje z řezu při velkých amplitudách kmitání nástroje. Parametry tohoto bloku jsou nastaveny tak, aby odfiltroval, resp. vynuloval záporné hodnoty na vstupu, což odpovídá skutečnosti, že hloubka třísky resp. její průřez může být jen kladná nebo nulová hodnota. V případě nulového průřezu třísky nedochází ke generování řezné síly, tzn. že amplituda kmitů nástroje se ustálí na určité hodnotě a dále neroste (Obr. 13).



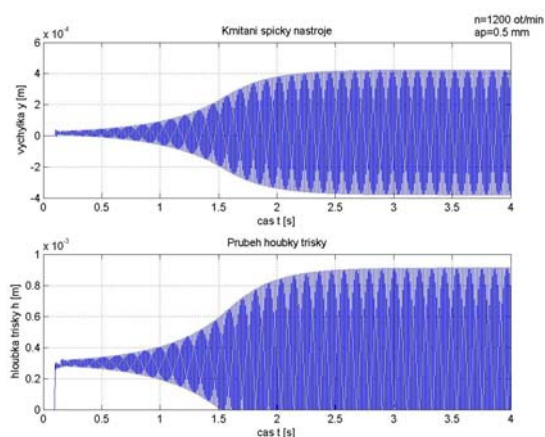
Obr. 10: Průběh hloubky třísky



Obr. 11: Deformace stroje



Obr. 12: Průběh změny hloubky třísky



Obr. 13: Vyskakování bříty z řezu

Pro vyhodnocování stability řezného procesu bylo sestaveno integrální kritérium stability, které umožňuje rozhodnout o tom, zda je systém stabilní, nestabilní, nebo zda je na mezi stability. Potom je možné algoritmizovat proces vyhledání mezní šířky b_{mez} pro systém s různými parametry. Je vyhodnocován časový průběh změny hloubky třísky $\Delta h(t)$ (Obr. 12), resp. její absolutní hodnoty. Vyhodnocení probíhá v čase od příchodu pochyvelého povrchu do řezu až do konce simulace. Tento časový interval je rozdělen na poloviny. V první polovině je integrál průběhu $|\Delta h(t)|$, který představuje plochu pod křivkou, ukládán do proměnné i_1 a ve druhé polovině pak do proměnné i_2 . Na základě porovnání obou proměnných lze s určitou přesností určit míru stability systému. Pro mez stability potom platí:

$$\frac{i_2}{i_1} = 1, \text{ nebo přibližně: } \frac{i_2}{i_1} - 1 = x, \text{ pro } x \rightarrow 0 \quad (21)$$

Byl sestaven iterační algoritmus, který opakovaně spouští simulaci s různou hodnotou šířky třísky b . Na základě vyhodnocení míry stability je hodnota b v dalším kroku upravena tak, aby se blížila hodnotě mezní, tedy aby hodnota x byla minimalizována – viz (21). Při dosažení určité přesnosti je algoritmus ukončen. Z důvodu urychlení algoritmu bylo použito několik iteračních metod. Zařazením algoritmu do cyklu ve kterém je měněna hodnota otáček n , lze vykreslit diagram stability.

7. Jednoduchý model frézování

Při sestavování modelu frézování budeme podobně jako klasická teorie vycházet z jednoduchého modelu soustružení. Ale jeho postupnými úpravami se budeme snažit ukázat význam toho, co klasická teorie zanedbala. Vliv na stabilitu může mít například:

- Přerušovaný řez – objevují se rázy, tlumení když nástroj není v záběru.
- Změna tloušťky třísky během řezu – rozdíl mezi sousledným a nesousledným frézováním.

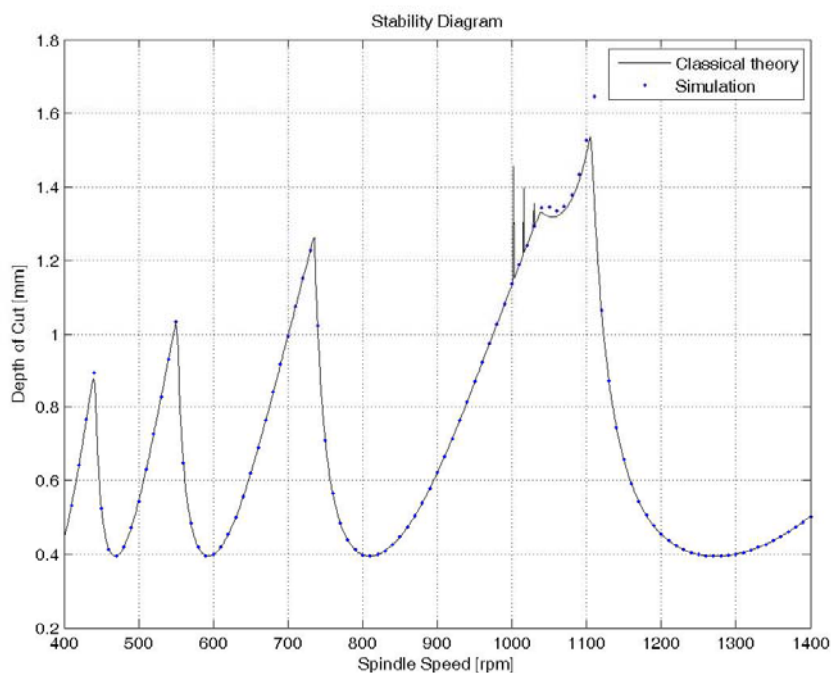
Dále třeba:

- Rotující síla – změna směrových koeficientů během řezu.
- Funkční závislost řezného odporu – závislost na řezné rychlosti nebo na tloušťce třísky.
- Tečné kmitání nástroje – vliv nemají jen kmity v normále obráběného povrchu.
- Více zubů v záběru
- Tlumení na hřbetu nástroje
- Šroubovice na nástroji

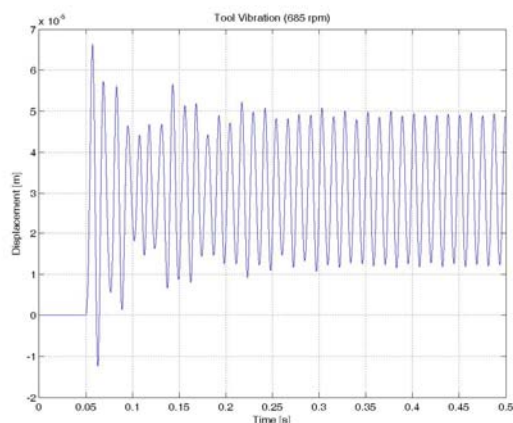
Je třeba připomenout, že také výchozí model soustružení (zapichování) obsahuje určitá zjednodušení, např. neměnný průměr obrobku při obrábění. Ale z hlediska toho, že nám jde o sestavení modelu frézování, uvedený příklad zjednodušení nemá na stabilitu vliv.

7.1 Problém dvou frekvencí

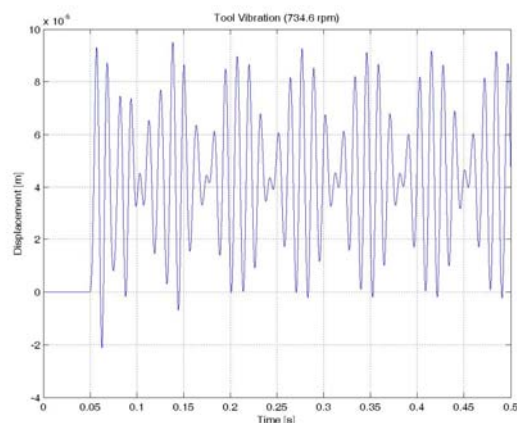
Při sestavování diagramu stability pomocí modelu soustružení (*Obr. 14*) se ukázalo, že integrální kritérium vyhodnocení stability je v určitých oblastech otáček méně spolehlivé. Při hledání meze stability jsme dostávali dva typy signálů. Na *Obr. 15* je signál, který jsme dostávali v údolích diagramu stability. Po najetí do materiálů a odeznění počátečního rázu byla amplituda kmitů přibližně konstantní, což znamenalo, že jsme našli mez stability. Takto totiž klasická teorie mez stability definuje. Ale pokud jsme se blížili k vrcholům diagramu, v signálu se objevovaly zázněje (*Obr. 16*). Amplituda se periodicky zvyšovala a zase snižovala přestože proces by měl být na mezi stability. Toto způsobuje nižší přesnost nalezené hodnoty mezní třísky. Problém byl částečně vyřešen prodloužením vyhodnocovaného vzorku signálu, což ovšem způsobilo nárůst výpočtového času.



Obr. 14: Porovnání diagramů stability

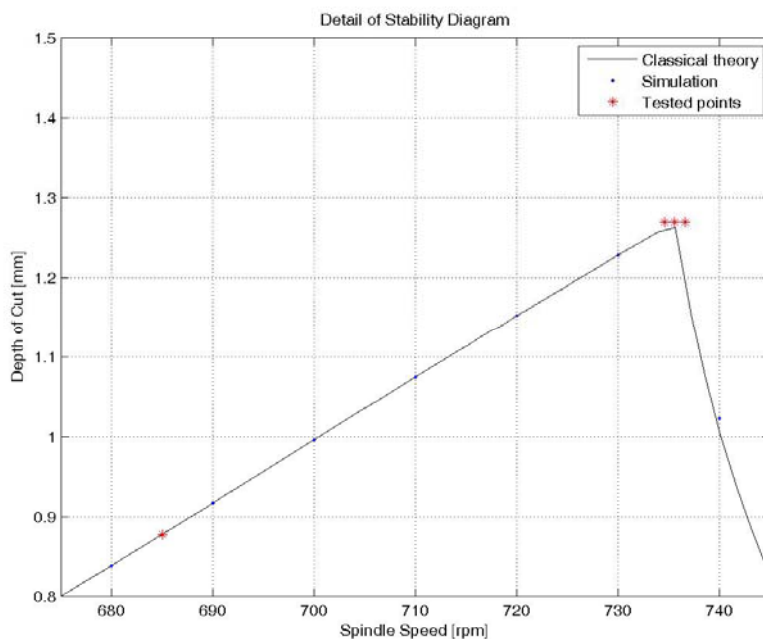


Obr. 15: Vibrace nástroje bez záznějí

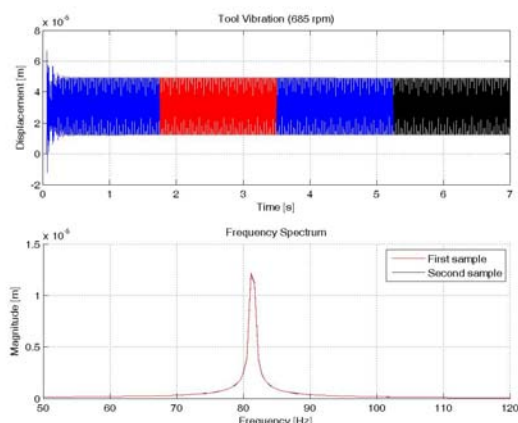


Obr. 16: Vibrace nástroje se záznějemi

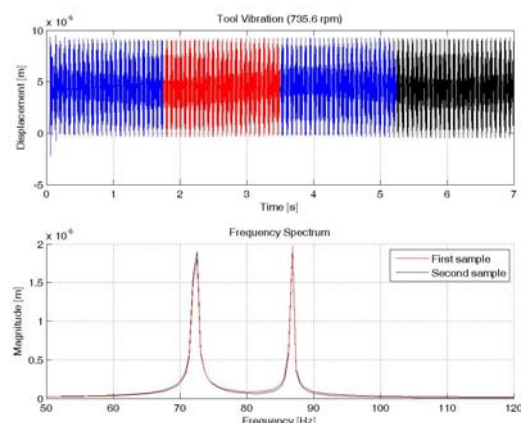
Co ale tyto zázněje způsobuje? Důvodem může být to, že signál obsahuje dvě složky o blízkých frekvencích a zázněje se objevují jako výsledek jejich součtu. Obr. 17 ukazuje detail diagramu stability v okolí 700 otáček. Jsou zde označeny čtyři body. Body 1 a 3 leží na mezi stability, zatímco body 2 a 4 jsou v nestabilní oblasti. Jestliže budeme uvažovat řezné podmínky dané bodem 1, dostaneme průběh kmitání nástroje na Obr. 18. Ve spodní části obrázku je vidět frekvenční spektrum prvního a druhého vzorku z tohoto signálu. Je vidět, že signál obsahuje jednu frekvenci a jeho amplituda se v čase nemění. To odpovídá mezi stability. Pro simulaci za podmínek daných bodem 3, který leží na vrcholu, dostaneme signál na Obr. 19. Proces je opět na mezi stability, ale signál obsahuje složky o dvou různých frekvencích. Ale proč obsahuje právě tyto dvě frekvence? Posun do nestabilní oblasti nám poskytne nový pohled. Uvažujme řezné podmínky dané bodem 2, tedy nezměníme axiální hloubku třísky a snížíme otáčky (pozn.: axiální hloubka třísky u frézování odpovídá mezní šířce třísky u soustružení). Dostaneme frekvenční spektrum na Obr. 20, na kterém jsou opět vidět dvě frekvence. Amplituda odpovídající nižší frekvenci v čase klesá, zatímco amplituda odpovídající vyšší v čase roste. Jestliže otáčky zvýšíme tak, aby podmínky odpovídali bodu 4, dostaneme situaci opačnou (Obr. 21). Druhá z frekvencí se utlumí, první roste a učiní proces nestabilním.



Obr. 17: Detail diagramu stability

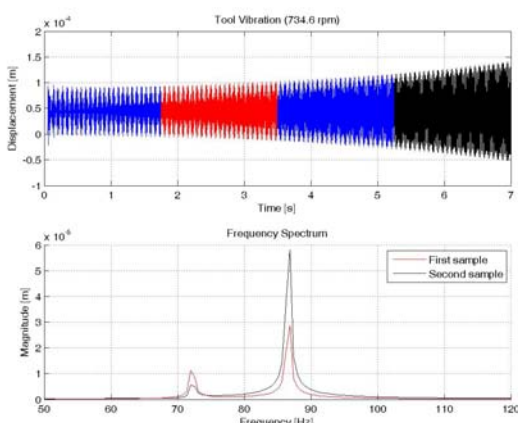


Obr. 18: Jedna frekvence v signálu

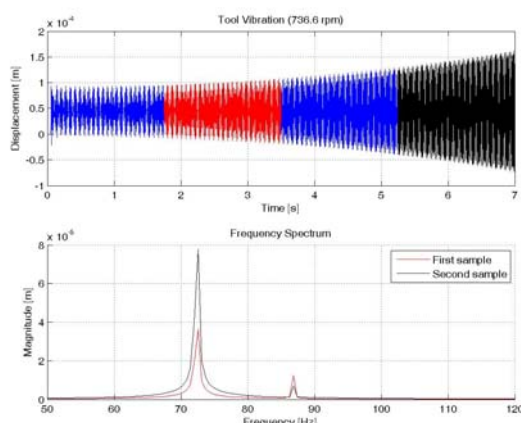


Obr. 19: Dvě frekvence v signálu

Diagram stability sestavovaný dle klasické teorie vzniká překrytím několika mezních křivek. Můžeme tedy najít oblasti řezných podmínek, kde podle jedné z mezních křivek je systém nestabilní, zatímco podle druhé je ještě stabilní. Toto odpovídá chování frekvencí objevených ve vyhodnocovaných signálech. Zjištěné hodnoty frekvencí odpovídají frekvencím vypočteným klasickou metodou. Výpočet byl proveden pro jedny konkrétní otáčky a mez stability danou první a druhou mezní křivkou. Výše uvedené dokazuje, že ne vždy platí předpoklad klasické teorie, že frekvence chvění je jen jedna.



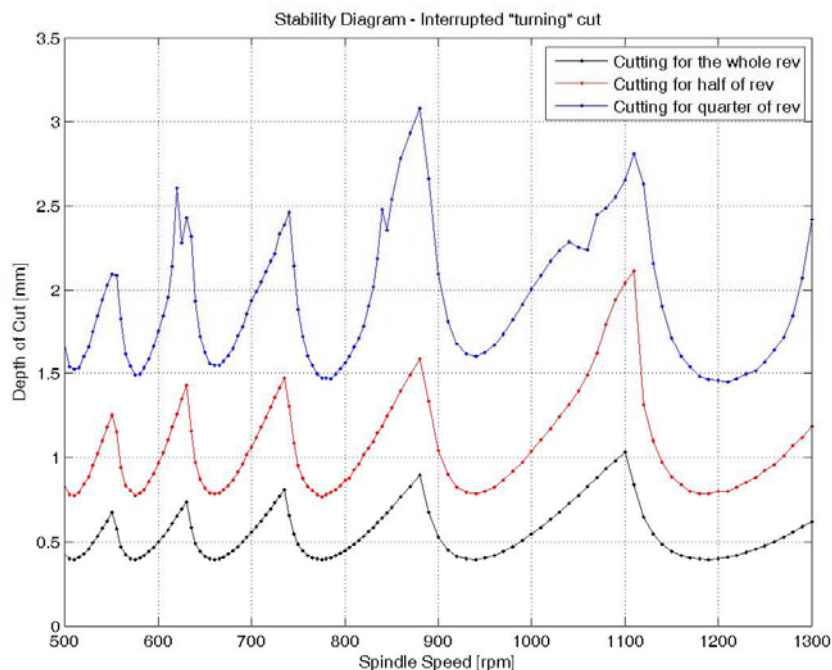
Obr. 20: Nestabilní signál v bodě 2



Obr. 21: Nestabilní signál v bodě 4

7.2 Problém délky záběru

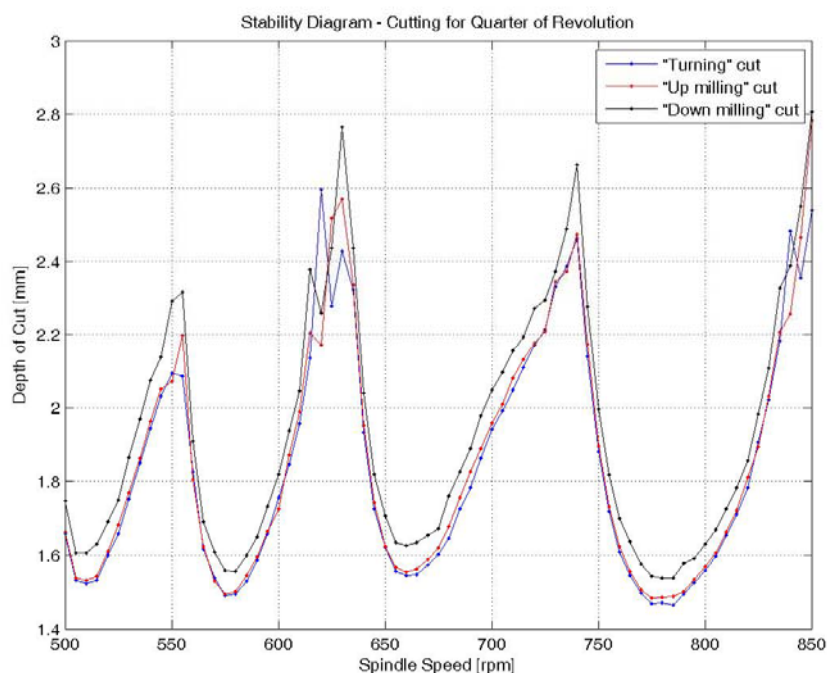
U frézování dochází u jednotlivých břitů k přerušovanému řezu. Délka záběru je dána radiální hloubkou třísky. Během doby, kdy není žádný z břitů v záběru je systém bez buzení, ale stále je tlumený. Prodlužování této doby by mělo zvyšovat stabilitu řezného procesu. Tento předpoklad může ověřit jednoduchým modelem soustružení drážkového hřídele. Na Obr. 26 je vidět průběh hloubky třísky pro případ, kdy drážka tvoří $\frac{3}{4}$ obvodu hřídele, tedy břit je v záběru $\frac{1}{4}$ otáčky. Tento signál byl přiveden na vstup modelu jako žádaná hloubka třísky. Dále byla provedena simulace pro případ, kdy drážka tvoří $\frac{1}{2}$ obvodu hřídele a pro kontinuální řez. Výsledné diagramy stability na Obr. 22 uvedený předpoklad potvrzují. Nejvyšší stabilitu má systém, který je buzen jen po čtvrtinu doby otáčky, zatímco nejnižší stability dosahuje systém s kontinuálním řezem (buzením). Klasická teorie ale vliv délky záběru v tomto smyslu neuvažuje.



Obr. 22: Porovnání diagramů stability

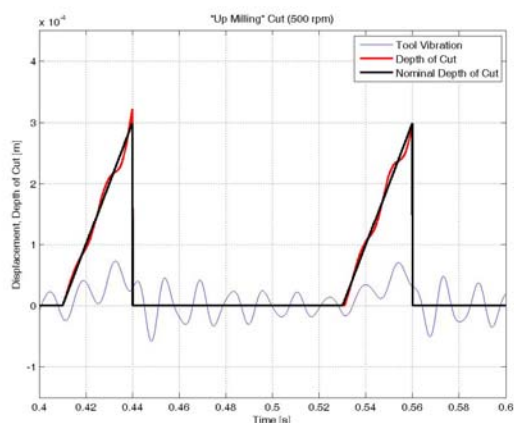
7.3 Problém změny tloušťky třísky během záběru

Průběh hloubky třísky u frézování není konstantní, ale mění se v závislosti na natočení frézy, na velikosti radiální hloubky třísky a podle toho, zda se jedná o sousledné či nesousledné frézování. Podívejme se na příklad, kdy máme nástroj s jedním břitem, který je v záběru $\frac{1}{4}$ otáčky. Radiální hloubka třísky je tedy rovna poloměru nástroje. Tento příklad můžeme srovnat s obráběním drážkového hřídele, kdy je břit v záběru rovněž $\frac{1}{4}$ otáčky, ale hloubka třísky je po tuto dobu konstantní.

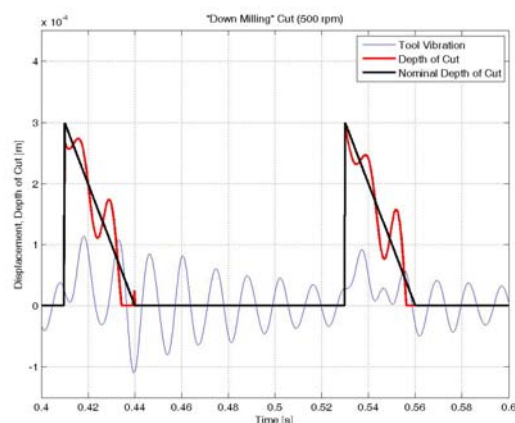


Obr. 23: Porovnání diagramů stability

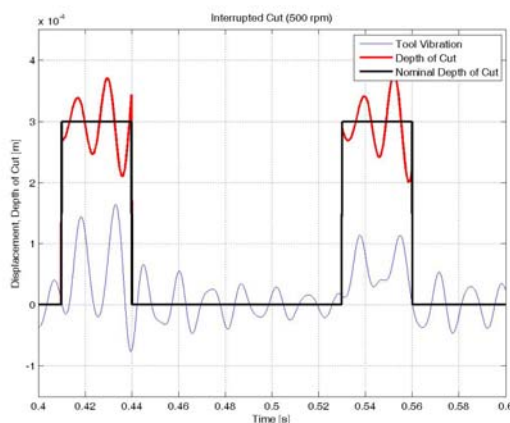
Provedli jsme simulace pro sousledné a nesousledné frézování. Výsledky můžeme porovnat na Obr. 23. Je vidět, že nejnižší stability je dosaženo při „soustružnickém“ řezu. Nepatrně vyšší stabilita je při „nesousledném“ (up milling) řezu. Při „sousledném“ (down milling) řezu je stabilita nejvyšší. Je třeba připomenout, že při simulacích nebyla uvažována rotující řezná síla čili změna směrové orientace během řezu. Co tedy způsobuje rozdílnou stabilitu při „sousledném“ a „nesousledném“ řezu? To nám může napovědět Obr. 24 a Obr. 25, kde je vidět průběh nominální a skutečné hloubky třísky a průběh kmitů nástroje. Je vidět, že při „sousledném“ řezu dochází k větším rázům, což způsobuje větší vibrace nástroje. Při nižších hloubkách třísky pak snadněji dochází k vyskakování nástroje z řezu, než je tomu v případě „nesousledného frézování“. Vyskakování z řezu znamená snížení doby buzení, což má stejný efekt jako zkracování délky záběru, tedy nárůst stability. Klasická teorie ale rozdíl mezi sousledným a nesousledným frézováním v tomto smyslu neuvažuje.



Obr. 24: „Nesousledný“ řez



Obr. 25: „Sousledný“ řez



Obr. 26: „Soustružnický“ řez

8. Závěr

V příspěvku byly uvedeny základy klasické frekvenční teorie, byl popsán postup sestavení diagramu stability. Byl popsán jednoduchý model soustružení s jehož pomocí byl sestaven diagram stability, který se shoduje s výsledky klasické teorie. Dalšími simulacemi bylo prokázáno, že přerušovaný řez a změna hloubky třísky během řezu, které klasické teorie neuvažuje, mají vliv na míru stability řezného procesu. Bylo ukázáno, že za určitých podmínek je možné dosáhnout vyšší stability. Vliv ostatních faktorů bude předmětem další práce.

Seznam symbolů

F	řezná síla	[N]
R	koeficient	[-]
K_C	specifický řezný odpor	[Pa]
b	šířka třísky	[m]
b_{mez}	mezní šířka třísky	[m]
b_{krit}	kritická šířka třísky	[m]
a_p	axiální hloubka třísky	[m]
h	hloubka třísky	[m]
z	počet zubů	[-]
T	doba záběru	[s]
n	otáčky	[s ⁻¹]
f	frekvence	[Hz]
Φ	dynamický poddajnost	[m/N]
Y	kmity nástroje	[m]
Y_0	zvlnění povrchu	[m]
G	reálná část dynamické poddajnosti	[-]
H	imaginární část dynamické poddajnosti	[-]
α, β, ψ	úhly	[deg]
$u_{1,2}$	směrové faktory	[-]
$i_{1,2}, x$	proměnné	[-]

Seznam použité literatury

- [1] ZELENÝ, J. et. al.: Nová metoda *modelování samobuzených kmitů*: výzkumná zpráva V-06-76, VCSVTT, ČVUT v Praze, Praha 2006
- [2] BACH P.: *Dynamické problémy obráběcích strojů: habilitační práce*. Praha: ČVUT Fakulta strojní, 2004.
- [3] TOBIAS S.A.: *Machine tool vibration*. Blackie and Son, London 1965.