

Nadzvuková dýza pro transsonický aerodynamický tunel

Ing. Petr Straka, Prof. Ing. Pavel Šafařík, CSc.

Duben 2008

Abstrakt

V této práci je popsán návrh nadzvukové dýzy pro transsonický aerodynamický tunel. Dýza je určená pro cejchování aerodynamických sond při Machově čísle $M = 2,135$. Hlavní požadavek návrhu je rovnoměrné rozložení parametrů proudy v měřicí oblasti. Kontrolní numerické výpočty proudění v navržené dýze ukazují, že tohoto požadavku bylo dosaženo.

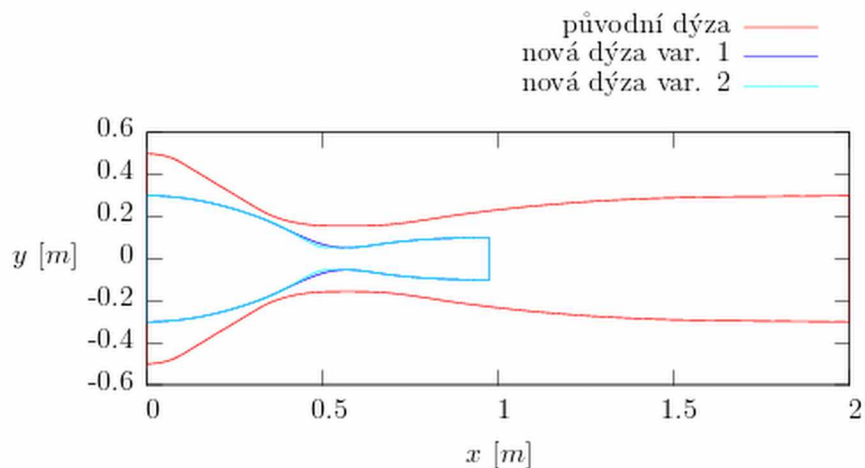
Seznam označení

M	Machovo číslo,
Re	Reynoldsovo číslo,
α	úhel náběhu,
x, y	Kartézské souřadnice,
t	čas,
ρ	statická hustota,
u, v	složky vektoru rychlosti,
p, p_0	statický tlak, celkový tlak,
e	celková energie v jednotce objemu,
T, T_0	statická teplota, celková teplota,
W	vektor konzervativních veličin,
F, G	nevazké toky,
R, S	vazké toky,
μ, μ_T	dynamická viskozita, turbulentní dynamická viskozita,
$\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yy}$	složky tenzoru tečných napětí,
$\bar{\tau}_{xx}, \bar{\tau}_{xy}, \bar{\tau}_{yy}$	složky tenzoru Reynoldsova tečného napětí,
k	kinetická turbulentní energie,
ω	měrná disipace kinetické turbulentní energie,
P_k, P_ω	produkční členy veličin k a ω ,
κ	adiabatický mocnitel,
c_p, c_v	měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku resp. objemu,
r	měrná plynová konstanta.

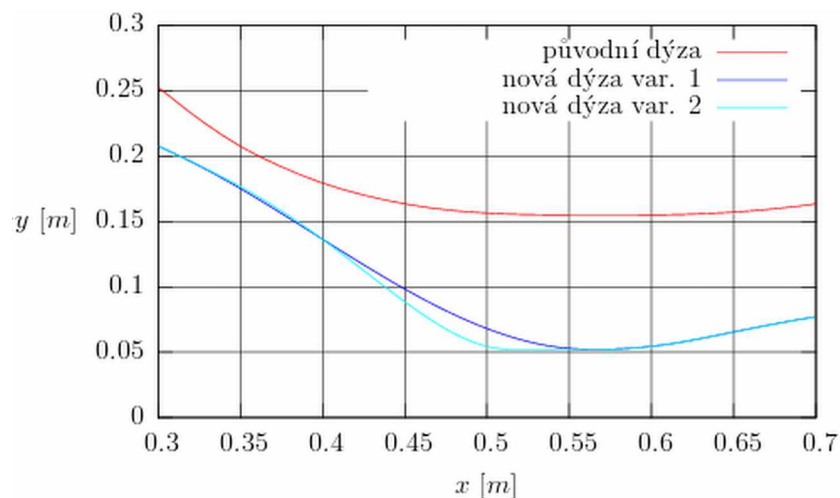
1. Úvod

Pro potřebu cejchování tlakových sond při Machově čísle $M = 2,135$ bylo nutné navrhnout nadzvukovou dýzu pro jeden z transsonických aerodynamických tunelů Výzkumného a zkušebního leteckého ústavu v Praze. Návrh vychází z dýzy zkonstruované v roce 1960 pro jiný transsonický aerodynamický tunel (měřicí prostor jiných rozměrů, viz obrázek 1.1).

Z návrhu [1] byly převzaty a podle konstrukčních požadavků upraveny souřadnice pro rozšiřující se část dýzy. Dále byly s ohledem na konstrukční požadavky navrženy dvě varianty zužující se části dýzy. První varianta má „lokální“ hrdlo (nejušší část dýzy představuje lokální minimum), druhá varianta má podle vzoru původní dýzy „prodloužené“ hrdlo (viz. obrázek 1.2).



Obr. 1.1: Geometrie původní dýzy a nového návrhu.



Obr. 1.2: Detail tvaru hrdla původní dýzy a nového návrhu.

2. Numerická simulace

Původní dýza z roku 1960 [1] byla navržena metodou charakteristik (grafickou konstrukcí na rýsovacím prkně) vycházející z potenciálního modelu proudění, tedy bez uvažování vlivu mezní vrstvy. Proto byl nejprve proveden kontrolní výpočet proudění v této dýze (první za celou dobu provozu dýzy od roku 1960). Dále byly provedeny výpočty proudění v obou variantách nově navrhované dýzy s cílem ověřit rovnoměrnost rozložení parametrů proudu v oblasti měřícího prostoru a dále ověřit vliv „prodlouženého“ hrdla na proudění v dýze.

2.1. Fyzikální a matematický model

Pro výpočet byl použit dvourozměrný, stlačitelný, vazký turbulentní model proudění ideálního plynu. Tento model je popsán systémem Navierových-Stokesových rovnic:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F(W)}{\partial x} + \frac{\partial G(W)}{\partial y} - \frac{\partial R(W, \Delta W)}{\partial x} - \frac{\partial S(W, \Delta W)}{\partial y} = 0, \quad (2.1)$$

kde

$$W = [\rho, \rho u, \rho v, e]^T, \quad (2.2)$$

$$F(W) = [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, u(e+p)]^T, G(W) = [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, v(e+p)]^T, \quad (2.3)$$

$$R(W, \Delta W) = [0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + k\frac{\partial T}{\partial x}]^T, \quad (2.4)$$

$$S(W, \Delta W) = [0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + k\frac{\partial T}{\partial y}]^T, \quad (2.5)$$

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}(\mu + \mu_T) \left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{2}{3}\rho k, \quad (2.6)$$

$$\tau_{xy} = (\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (2.7)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3}(\mu + \mu_T) \left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{2}{3}\rho k, \quad (2.8)$$

$$p = (\kappa - 1) \left(e - \rho \frac{u^2 + v^2}{2} \right), \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}, \quad (2.9)$$

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{0,764}, \quad \mu_0 = 1,72 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}, \quad T_0 = 273,15 \text{ K}, \quad (2.10)$$

$$\mu_T = \frac{\rho k}{\omega}. \quad (2.11)$$

Systém rovnic (2.1) je doplněn (uzavřen) transportními rovnicemi pro turbulentní veličiny k a ω [3], [5]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho k v)}{\partial y} - \frac{\partial[(\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x}]}{\partial x} - \frac{\partial[(\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial y}]}{\partial y} = P_k - \beta^* \rho \omega k, \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \omega u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \omega v)}{\partial y} - \frac{\partial[(\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x}]}{\partial x} - \frac{\partial[(\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial y}]}{\partial y} = P_\omega - \beta \rho \omega^2 + C_D, \quad (2.13)$$

kde

$$P_k = \bar{\tau}_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{\tau}_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \bar{\tau}_{yy} \frac{\partial v}{\partial y}, \quad (2.14)$$

$$P_\omega = \alpha_\omega \omega \frac{P_k}{k}, \quad (2.15)$$

$$C_D = \sigma_D \frac{\rho}{\omega} \max \left\{ \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y}, 0 \right\}, \quad (2.16)$$

$$\bar{\tau}_{xx} = \frac{2}{3} \mu_T \left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} \rho k, \quad (2.17)$$

$$\bar{\tau}_{xy} = \mu_T \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (2.18)$$

$$\bar{\tau}_{yy} = \frac{2}{3} \mu_T \left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \rho k. \quad (2.19)$$

Konstanty v rovnicích (2.12) až (2.16) mají hodnoty:

$$\beta^* = 0,09, \quad \beta = \frac{3}{40}, \quad \sigma_k = \frac{2}{3}, \quad \sigma_\omega = 0,5, \quad \sigma_D = 0,5, \quad \alpha_\omega = \frac{5}{9}. \quad (2.20)$$

2.2. Numerická metoda

Pro diskretizaci rovnic (2.1), (2.12) a (2.13) byla použita metoda konečných objemů ve formě „cell-centered“ v plně implicitním tvaru na strukturované čtyřúhelníkové síti. Pro nevazké členy rovnice (2.1) byl použit numerický tok Osher-Solomon, pro zvýšení řádu přesnosti byla použita 2D lineární rekonstrukce s limiterem Van Albada [2], [4]. Pro nevazké (konvektivní) členy rovnic (2.12) a (2.13) byl použit numerický tok Lax-Friedrichs. Pro výpočet vazkých (difuzních)

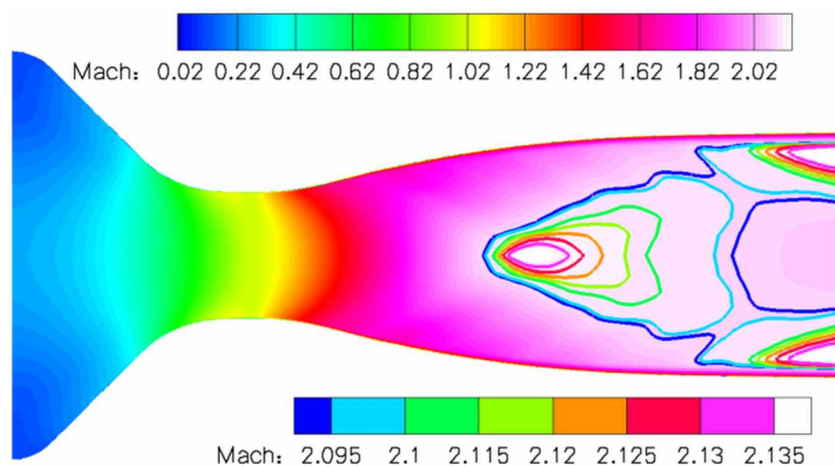
členů rovnic (2.1), (2.12) a (2.13) bylo použito centrální schéma na duálních objemech.

Výpočty pro všechny tři geometrie byly provedeny za těchto podmínek: celkový tlak na vstupu $p_{01} = 98000$ Pa, celková teplota na vstupu $T_{01} = 293$ K, úhel náběhu $\alpha = 0^\circ$, statický tlak na výstupu $p_2 = 10146$ Pa, Reynoldsovo číslo $Re \approx 6 \cdot 10^6$.

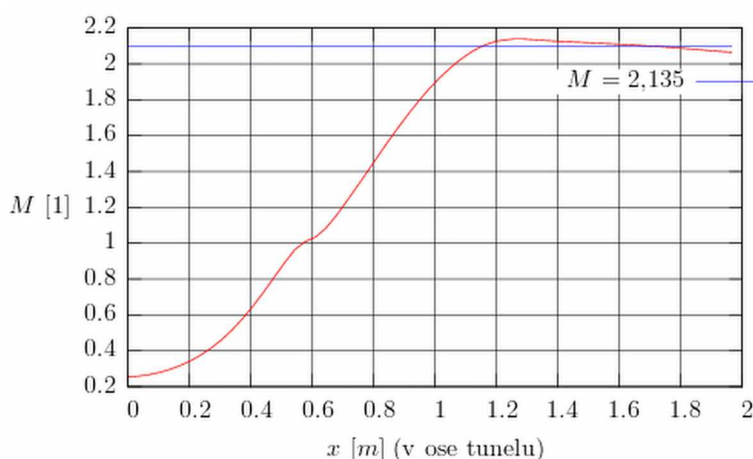
Poznámka: Vlastní program pro výpočet 2D stlačitelného vazkého turbulentního proudění ideálního plynu, který byl naprogramován autorem v jazyce C, využívá matematickou knihovnu „Lapack“, která implementuje (mimo jiné) metodu GMRES pro řešení systému lineárních algebraických rovnic.

2.3. Výsledky výpočtu

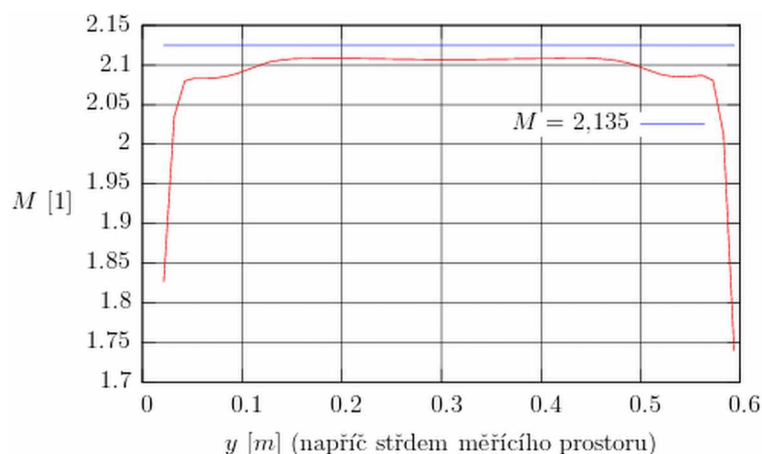
Na obrázku 2.1 je znázorněno proudové pole (rozložení Machova čísla) v původní dýze [1]. Izočáry s jemným odstupem (viz. legenda v dolní části obrázku) znázorňují rozložení Machova čísla v oblasti měřicího prostoru. Na obrázku 2.2 a 2.3 je vyneseno rozložení Machova čísla podél osy dýzy a napříč středem měřicího prostoru, který odpovídá souřadnici $x = 1,7$ m.



Obr. 2.1: Proudové pole – rozložení Machova čísla.

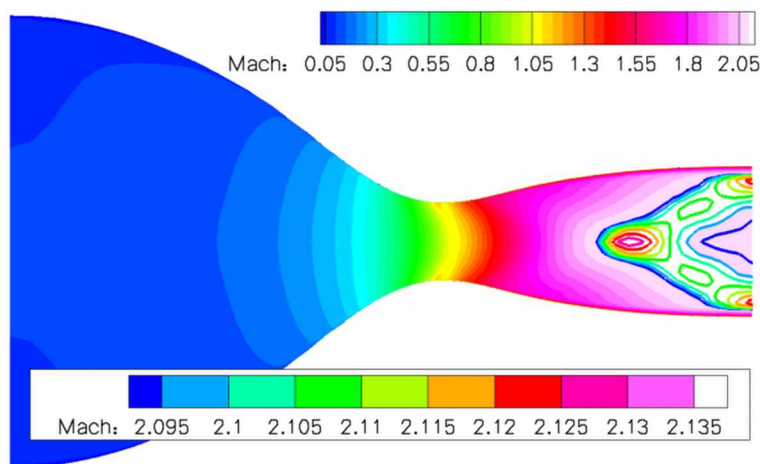


Obr. 2.2: Rozložení Machova čísla v ose dýzy.

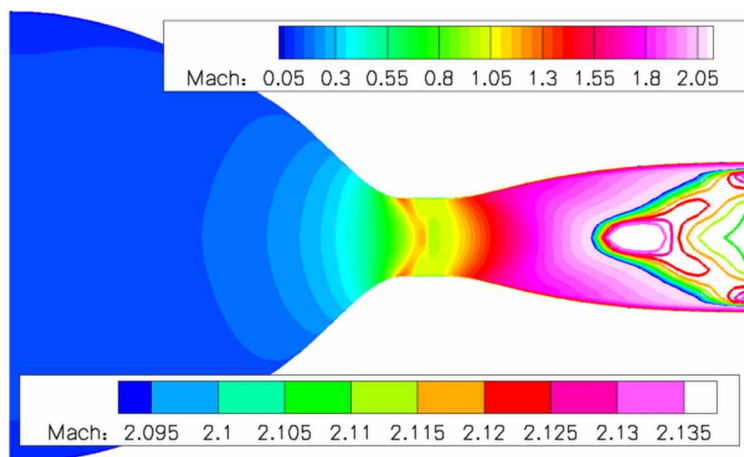


Obr. 2.3: Rozložení Machova čísla napříč dýzou ve středu měřicího prostoru ($x = 1,7\text{ m}$).

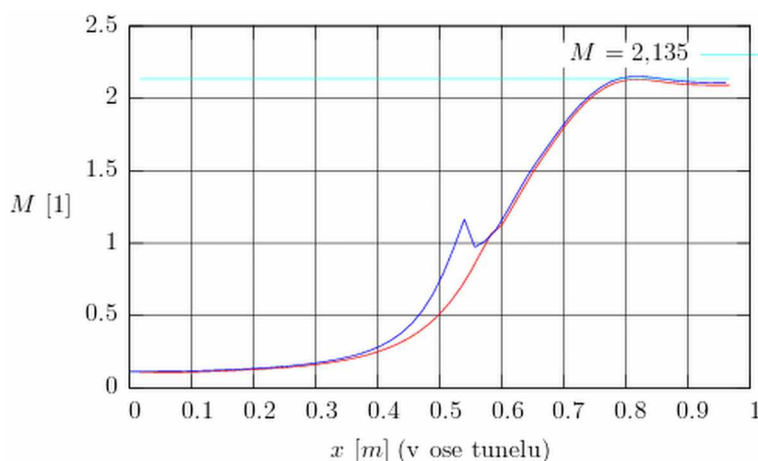
Na obrázku 2.4 a 2.5 jsou znázorněna proudová pole (rozložení Machova čísla) v obou variantách nově navržené dýzy. Izočáry zde opět detailněji znázorňují rozložení Machova čísla v oblasti měřicího prostoru (viz. legenda v dolní části obrázku). Střed měřicího prostoru je zde zamýšlen přímo na konci dýzy. Na obrázcích 2.6 a 2.7 je porovnáno rozložení Machova čísla podél osy dýzy a napříč středem měřicího prostoru pro obě varianty nově navržené dýzy.



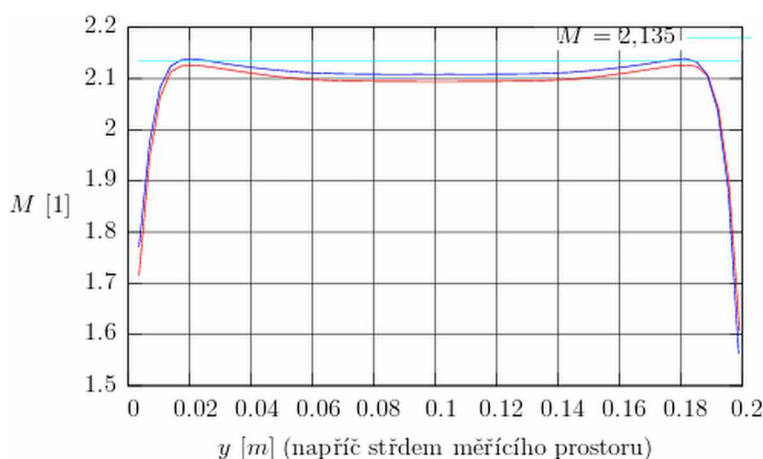
Obr. 2.4: Proudové pole – rozložení Machova čísla, nová dýza – varianta 1.



Obr. 2.5: Proudové pole – rozložení Machova čísla, nová dýza – varianta 2.



Obr. 2.6: Rozložení Machova čísla v ose dýzy.



Obr. 2.7: Rozložení Machova čísla napříč dýzou ve středu měřicího prostoru.

3. Závěr

Na základě již existující nadzvukové dýzy pro Machovo číslo $M = 2,135$ byly vytvořeny dva návrhy nadzvukové dýzy pro jiný aerodynamický tunel (měřicí prostor jiných rozměrů a konstrukčního uspořádání). Numerické výpočty proudění ukazují, že ve všech třech popisovaných případech je proudové pole (rozložení Machova čísla) v oblasti měřicího prostoru dostatečně rovnoměrné. Machovo číslo v nově navržené dýze v oblasti měřicího prostoru dosahuje hodnoty $M = 2,1$. Výpočty ukázaly, že „prodloužené“ hrdlo prakticky nemá vliv na proudové pole v oblasti měřicího prostoru, dochází však k zakmitnutí hodnoty Machova čísla v místě „prodlouženého“ hrdla (viz. obrázek 2.6).

S ohledem na výsledky této práce bude nová dýza vyrobena podle návrhu varianty 1.

4. Poděkování

Práce byla realizována za finanční podpory z prostředků státního rozpočtu prostřednictvím projektu Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy MSM 0001066902.

Literatura

- [1] V. Strach: Měřicí prostor 0,6 x 0,6 m² aerodynamického tunelu pro vysoké rychlosti s přerušovaným chodem. Výzkumná zpráva VZLÚ číslo V-478/60, Praha, 1960.
- [2] P. straka: Vývoj software pro výpočet vazkého laminárního proudění – použití multiblokových strukturovaných sítí. Výzkumná zpráva VZLÚ číslo R-4184, Praha, 2007.
- [3] D. C. Wilcox: Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, Inc. La Cañada, California, 1998.
- [4] M. Feistauer, J. Felcman, I. Straškraba: Mathematical and Computational Methods for Compressible Flow. Oxford university press, 2003.
- [5] E. Fares, W. Schröder: A General One-Equation Turbulence Model for Free Shear and Wall-Bounded Flows. Flow, Turbulence and Combustion 73: 187-215, 2004.